



**UNIVERSIDAD CATÓLICA DEL NORTE**

**FACULTAD DE CIENCIAS**

Departamento de Física

**MODELO *SCOTOGENICO* CON UNA FASE CP**

Tesis para optar al grado de Licenciado en Física con Mención en  
Astronomía

**MATÍAS TOLEDO CALDERÓN**

Profesor guía: Dr. Roberto Lineros Rodríguez.

Antofagasta, Chile.

Agosto, 2022

*Esta tesina está dedicada a mi familia*

# Agradecimientos

- Al fondo para el desarrollo de investigación científica de actividades de titulación de pregrado con código de proyecto-VRIDT-UCN19101, que ha financiado este proyecto, bajo el título: *Caracterización de modelos scotogénicos para materia oscura y física de neutrinos*.
- Al Departamento de Física de la UCN, por la facilitación de sus instalaciones y al uso de los computadores de la sala J2-300.

# Contenido

|  |          |
|--|----------|
| Agradecimientos.   | ii       |
| Índice de figuras  | v        |
| Índice de tablas   | vii      |
| Resumen.   | viii     |
| <b>1. Introducción al Modelo Estándar de la Física de Partículas</b> | <b>1</b> |
| 1.1. Herramientas del Modelo Estándar . . . . .                      | 1        |
| 1.1.1. Matrices gamma . . . . .                                      | 1        |
| 1.1.2. Estados barrados . . . . .                                    | 2        |
| 1.1.3. Representación Chiral . . . . .                               | 2        |
| 1.1.4. Simetría SU(3) . . . . .                                      | 3        |
| 1.1.5. Simetría SU(2) . . . . .                                      | 3        |
| 1.1.6. Simetría U(1) . . . . .                                       | 4        |
| 1.1.7. Simetría $\mathbb{Z}_2$ . . . . .                             | 4        |
| 1.1.8. Simetría de Lorentz . . . . .                                 | 4        |
| 1.2. Cargas del Modelo Estándar . . . . .                            | 4        |
| 1.3. Contenido de partículas del Modelo Estándar . . . . .           | 6        |
| 1.3.1. Quarks . . . . .  | 6        |
| 1.3.2. Leptones . . . . .  | 6        |
| 1.3.3. Bosones de gauge . . . . .                                    | 7        |
| 1.4. Fuerzas Fundamentales . . . . .                                 | 7        |

---

|   |           |
|---|-----------|
| <b>2. Mecanismo de Higgs y ruptura espontánea de simetría</b>                     | <b>10</b> |
| 2.1. Mecanismo de Higgs en un campo escalar . . . . .                             | 10        |
| 2.2. Antes del rompimiento espontáneo de simetría electrodébil ( <i>E.W.S.B</i> ) | 12        |
| 2.2.1. Lagrangiano antes del <i>E.W.S.B</i> . . . . .                             | 12        |
| 2.2.2. Parte de campos vectoriales . . . . .                                      | 12        |
| 2.2.3. Para los fermiones tipo Quarks: . . . . .                                  | 12        |
| 2.2.4. Parte leptónica . . . . .  | 13        |
| 2.2.5. El lagrangiano del doblete de Higgs . . . . .                              | 14        |
| 2.2.6. Interacción de Yukawa con fermiones . . . . .                              | 14        |
| 2.3. Mecanismo de Higgs . . . . .   | 14        |
| 2.3.1. Rompimiento de la simetría <i>SU(2)</i> . . . . .                          | 17        |
| <b>3. Partículas del Modelo Estándar y más allá</b>                               | <b>21</b> |
| 3.1. Leptones . . . . .   | 21        |
| 3.1.1. Leptón y los bosones <i>W</i> . . . . .                                    | 23        |
| 3.2. Quarks . . . . .   | 23        |
| 3.3. Simetría CP . . . . .  | 24        |
| 3.4. Neutrinos de Majorana . . . . .  | 25        |
| 3.4.1. Mezcla de Neutrinos . . . . .  | 25        |
| 3.5. Mecanismo de <i>See-Saw</i> Tipo I . . . . .                                 | 26        |
| 3.5.1. Mecanismo de <i>See-Saw</i> Tipo II . . . . .                              | 27        |
| 3.6. Mecanismo de <i>freeze-out</i> . . . . .                                     | 28        |
| 3.7. Materia Oscura . . . . .   | 28        |
| <b>4. Modelo <i>scotogenico</i> con una fase compleja</b>                         | <b>30</b> |
| 4.1. Los tripletes de <i>SU(2)</i> . . . . .                                      | 31        |
| 4.2. Lagrangiano . . . . .  | 31        |
| 4.2.1. Partículas . . . . .   | 33        |
| 4.3. Ecuaciones de Tadpole . . . . .  | 33        |
| 4.4. Rotaciones y campos de gauge cero . . . . .                                  | 34        |
| 4.5. Masas de escalares neutrales . . . . .                                       | 35        |
| 4.5.1. Armando $U_0$ . . . . .  | 35        |
| 4.6. Masas de escalares cargados $Q = 1$ . . . . .                                | 40        |
| 4.6.1. Armando $U_1$ . . . . .  | 41        |

---

|  |           |
|--|-----------|
| 4.7. Masas de escalares doblemente cargados $Q = 2$ . . . . .            | 43        |
| 4.8. Condiciones para un Potencial acotado por abajo . . . . .           | 44        |
| 4.9. Mapeo de las variables del modelo . . . . .                         | 46        |
| 4.9.1. LANHEP, PYTHON Y MICROMEGAS . . . . .                             | 46        |
| 4.10. Resultados . . . . .   | 48        |
| 4.10.1. Contribución a la materia oscura . . . . .                       | 48        |
| <b>5. Conclusiones</b>   | <b>56</b> |
| <b>Bibliografía.</b>   | <b>58</b> |
| <b>Anexo 1</b>   | <b>62</b> |
| 5.1. Diccionario de palabras . . . . .                                   | 62        |
| 5.2. Matrices gamma, álgebra de Clifford . . . . .                       | 62        |
| 5.3. Operadores proyectores . . . . .                                    | 63        |
| 5.4. Matrices de Gell-Mann . . . . .                                     | 63        |
| 5.5. simetría $U(1) \times SU(2)$ . . . . .                              | 63        |
| 5.6. Código LANHEP del modelo anexado al <i>Standard Model</i> . . . . . | 64        |
| 5.7. Código Python . . . . .   | 71        |

# Índice de figuras

|  |    |
|--|----|
| 1.1. Esquematación del ME . . . . .  | 8  |
| 1.2. Desintegración $\beta^-$ [1] . . . . .  | 9  |
| 4.1. En verde $m_{S01}^2$ , el plano azul corresponde a $m_{S02}^2$ y en naranja $m_{S03}^2$ . Las soluciones algebraicas llegan a rangos diferentes en el espacio de $A_0$ , $B_0$ y $C_0$ . . . . .    | 40 |
| 4.2. Soluciones $m_{S1}^2$ y $m_{S2}^2$ . Visualmente se corrobora que las soluciones algebraicas poseen diferentes alcances en el espacio de $D_0$ , $E_0$ y $F_0$ . . . . .                            | 43 |
| 4.3. La fase CP vs la masa de $M_{S01}$ . El ángulo de fase presenta fuertes restricciones de acuerdo a la masa de MO. . . . .   | 50 |
| 4.4. $\Omega_{DM}h^2$ vs la masa $m_{S01}$ . En rojo se observan los puntos que habitan la franja abundancia fósil adecuada, se espera eventualmente hacer más iteraciones en la zona más densa. . . . . | 50 |
| 4.5. $\langle\sigma v\rangle$ vs $m_{S01}$ . Sección eficaz aparentemente descartada por curvas de exclusión, falta revisar canales en detalle. . . . .  | 51 |
| 4.6. $\sigma_{SI}$ vs $m_{S01}$ . Puntos de Spin Independent descartados por Xenon 1T. . . . .   | 51 |
| 4.7. $\lambda_{\Delta\Omega}$ vs $\lambda_{\Delta}$ . Comportamiento en escala lineal. Se presenta una densidad aparentemente uniforme ante una simetría axial entorno al eje vertical. . . . .          | 52 |
| 4.8. $\lambda_{H\Delta}$ vs $\lambda'_{H\Delta}$ . En escala lineal, preferencia de valores cercanos a los ejes y en la sección superior izquierda. . . . .  | 52 |
| 4.9. $\lambda_{H\Omega}$ vs $\lambda_{\Omega}$ . Entre los valores bajos y cercanos al eje vertical hay mayor densidad. . . . .  | 53 |
| 4.10. $\lambda_{H\Delta}$ vs $\lambda_{\Delta}$ . Existe una fuerte preferencia por los valores positivos y algunos en el tercer cuadrante inferior izquierdo. . . . .                                   | 53 |

---

|   |    |
|---|----|
| 4.11. Escalar $\Omega_R^0$ vs $m_{S01}$ . Se observa en escala logarítmica la contribución a $DM$ del escalar, con los puntos rojos siendo los valores permitidos en base a las restricciones vigentes. . . . . | 54 |
| 4.12. Escalar $\Delta_I^0$ vs $m_{S01}$ . También en escala logarítmica, existe un sector que no aporta cercano al eje vertical, mientras que en rojo aparecen los valores aceptados del modelo. . . . .        | 54 |
| 4.13. Escalar $\Delta_R^0$ vs $m_{S01}$ . Se exhibe un sector no contribuyente al principio. La densidad reliquia aceptada en valores azules. . . . .   | 55 |

# Modelo *scotogenico* con una fase CP

Matías Toledo Calderón

## Resumen

El universo está constituido en un  $\sim 68\%$  de energía oscura,  $\sim 26\%$  de materia oscura fría y un  $\sim 5\%$  de átomos de acuerdo al modelo cosmológico  $\Lambda$ CDM.

En el contexto de los átomos, el Modelo Estándar de la Física de Partículas ha gozado de un gran éxito describiendo a las partículas fundamentales y sus interacciones, sin embargo dentro de las predicciones del ME, no se encuentran detalles acerca de la masa de los Neutrinos ni tampoco información de la naturaleza de la materia oscura. Ante este dilema es necesario encontrar física más allá del modelo estándar.

En este proyecto se exploró una extensión al ME cuyo objetivo es hallar un candidato a materia oscura del tipo *WIMP* y extraerle particularidades como; su abundancia fósil, su composición con partículas del modelo, sus desintegraciones o aniquilaciones, la sección eficaz de detección, su masa, etc.

El modelo *scotogenico* desarrollado en 2006 [2] es un mecanismo que en principio permite generar masas para neutrinos de Majorana a un bucle ó *loop* y también un candidato a materia oscura.

La extensión trabajada agrega una simetría discreta  $\mathbb{Z}_2$  al gauge del modelo estándar, dos tripletes escalares asociados a  $SU(2)$ , un doblete fermiónico de  $SU(2)$  y como novedad una fase de violación CP en el sector escalar.

A partir del potencial escalar *scotogenico* se hallaron los autoestados de masa del modelo, con la ayuda de diagonalizaciones dependientes de la fase compleja CP. También partiendo del potencial se infirió su divergencia en infinito y las restricciones sobre los parámetros de acoplamiento.

En los *softwares* LANHEP y MICROMEGAS, se estudió un millón cien mil iteraciones aleatorias, donde se encontraron las reglas de Feynman de los posibles procesos de decaimientos y sus asociadas secciones eficaces junto con la abundancia fósil ó densidad reliquia del candidato a materia oscura.

Se encontró densidad de MO en el rango cosmológico de acuerdo a las mediciones de Planck [3]. Respecto a la sección eficaz de aniquilación una buena parte de los puntos quedaron descartados por las curvas de exclusión vigentes.

# Capítulo 1

## Introducción al Modelo Estándar de la Física de Partículas

El Modelo Estándar de la Física de Partículas es una teoría muy completa en el ámbito predictivo y descriptivo a través de resultados experimentales. Está asociado a tres de las cuatro fuerzas fundamentales y opera bajo el gauge,  $SU(3)_C \times SU(2)_L \times U(1)_Y$ .

### 1.1. Herramientas del Modelo Estándar

Antes de abordar físicamente las propiedades de los fermiones y bosones, se deben mostrar los principales elementos que dan origen a sus términos

#### 1.1.1. Matrices gamma

Representación matricial del álgebra de Clifford, utilizadas para escribir partículas de Dirac, es decir, con espín 1/2. La matriz gamma cinco constituye la base de la notación espinorial de fermiones. Tiene ciertas cualidades notables como que; es igual a su traspuesta conjugada, cuando está al cuadrado es la identidad o que el anticonmutador con cualquier otra gamma es igual a cero, revisar apéndice (5.2). Se suelen usar para darle sentido a las componentes de las partículas de Dirac a través de los operadores proyectores, su quiralidad puede ser *left-handed* o *right-handed*. Un *spinor* izquierdo o derecho se puede escribir, respectivamente:

- $\psi_L = P_L\psi$ ,
- $\psi_R = P_R\psi$ .

Donde los operadores proyectores heredan propiedades tales como; su suma es la identidad, quedan invariantes al cuadrado, su conmutador es cero, revisar apéndice (5.3).

### 1.1.2. Estados barrados

Dado un espinor de Dirac  $\psi$ , se realiza la operación adjunto Hermítico por gamma cero

$$\bar{\psi}_L = (P_L\psi)^\dagger\gamma^0 = \psi^\dagger P_L^\dagger\gamma^0 = \psi^\dagger P_L\gamma^0. \quad (1.1)$$

Usando el anticonmutador

$$\{\gamma^5, \gamma^\mu\} = 0 \rightarrow \gamma^5\gamma^0 = -\gamma^0\gamma^5, \quad (1.2)$$

hallamos que

$$P_L\gamma^0 = \frac{1}{2}(\gamma^0 - \gamma^5\gamma^0) = \frac{1}{2}\gamma^0(\mathbb{1} - (-\gamma^0\gamma^5)) = \gamma^0 P_R. \quad (1.3)$$

Luego,  $\bar{\psi}_L = \psi^\dagger P_L\gamma^0 = \psi^\dagger\gamma^0 P_R = \bar{\psi}P_R$ .

Similarmente para el operador right-handed, obtendremos el estado spinorial barrado  $\bar{\psi}_R = (P_R\psi)^\dagger\gamma^0 = \psi^\dagger\gamma^0 P_L = \bar{\psi}P_L$ .

### 1.1.3. Representación Chiral

Las matrices de Pauli coinciden con el grupo de matrices generadoras de  $SU(2)$ :

$$\sigma^1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \sigma^2 = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}, \sigma^3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}. \quad (1.4)$$

Se pueden relacionar con las matrices gamma en la representación Chiral:

$$\gamma^k = \begin{pmatrix} 0 & \sigma^k \\ -\sigma^k & 0 \end{pmatrix}. \quad (1.5)$$

Para los operadores proyectores *left* y *right handed* aplicados a un *spinor* en esta representación quedarían respectivamente,

$$P_L\psi = \frac{1}{2}(\mathbb{1} - \gamma^5)\psi = \begin{pmatrix} \sigma^0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \psi_L \\ \psi_R \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \psi_L \\ 0 \end{pmatrix}, \quad (1.6)$$

$$P_R\psi = \frac{1}{2}(\mathbb{1} + \gamma^5)\psi = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & \sigma^0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \psi_L \\ \psi_R \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ \psi_R \end{pmatrix}. \quad (1.7)$$

Y para el operador conjugación de carga en la base Chiral:  $\psi_L^c = -i\sigma^2\psi_R^*$ ,  $\psi_R^c = i\sigma^2\psi_L^*$ .

#### 1.1.4. Simetría SU(3)

El grupo unitario especial de orden 3 está asociado a la carga de color, representa a las matrices Hermíticas de  $3 \times 3$  sin traza y determinante 1, corresponden a la generalización de las Matrices de Pauli[4], los generadores del grupo son ocho y cada uno está asociado a un Gluón (5.4). Cumplen el álgebra de conmutadores de acuerdo a,

$$[\lambda_i, \lambda_j] = i \sum_{c=1}^8 f_{abc}\lambda_c, \quad (1.8)$$

con  $f$  la cte de estructura y  $\lambda_c$  las matrices de Gell-Mann.

Los elementos de  $SU(3)$  se pueden representar de la forma  $H = \theta_a \frac{\lambda_a}{2}$  y usando la aproximación infinitesimal  $U \approx \mathbb{1} + iH$ , se llega a  $U = e^{i\theta_a \frac{\lambda_a}{2}}$ .

#### 1.1.5. Simetría SU(2)

Matrices Hermíticas de traza cero y con determinante igual a 1, entran a la Física después del descubrimiento del espín del Electrón[4], corresponden a las matrices de Pauli:

$$\tau_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \tau_2 = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}, \tau_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}, \quad (1.9)$$

su representación viene por la combinación lineal de términos  $H = \frac{1}{2}\theta_a\sigma_a$  y cada elemento del grupo por,  $U = e^{i\theta_a\sigma_a/2}$ .

Al conformar un álgebra de Lie, la representación de grupo de generadores se escribe como:

$$\left[ \frac{\tau^i}{2}, \frac{\tau^j}{2} \right] = \frac{i}{2} \epsilon_{ijk} \tau^k. \quad (1.10)$$

### 1.1.6. Simetría U(1)

Es el grupo de matrices unitarias de orden  $1 \times 1$ , es decir, números complejos con valor absoluto 1[4], los elementos del grupo son  $e^{i\theta}$ . En el modelo estándar se relaciona con la hipercarga  $Y$  que vendría siendo el *generador*[1] de grupo.

Cuando existen campos cargados, su multiplicación implica la conservación de la carga eléctrica, que yace implícita en la hipercarga.

### 1.1.7. Simetría $\mathbb{Z}_2$

Los grupos  $Z_N$  hacen referencia al conjunto de elementos que son las raíces de la unidad[4], típicamente se pueden escribir en la siguiente representación  $e^{2i\pi k/N}$ , cuando  $N=2$  y  $k=1$  se tendrá,  $\cos(\pi) + i \sin(\pi) = -1$ . La simetría  $\mathbb{Z}_2$  toma especial relevancia en las extensiones minimales del Modelo Estándar, ya que actúa protegiendo la estabilidad de la materia oscura[5].

### 1.1.8. Simetría de Lorentz

El lagrangiano de Dirac para partículas de espín 1/2:

$$\mathcal{L} = \bar{\psi}(i\gamma^\mu \partial_\mu - m)\psi \quad (1.11)$$

tiene efectos importantes en el límite no-relativista como, que domina la energía cinética y el sector se vuelve acorde al de una partícula libre,  $\bar{\psi}\gamma^\mu\psi$  que es  $\bar{\psi}\gamma^0\psi$ . Otro aspecto importante es que los objetos de la forma  $\bar{\psi}\psi$  y  $\bar{\psi}\gamma^\mu\partial_\mu\psi$  son escalares invariantes de paridad.

## 1.2. Cargas del Modelo Estándar

La carga eléctrica es la propiedad que presenta la materia que tiende a generar una fuerza cuando es expuesta a un campo electromagnético. Esta carga tiene signo y

puede ser positivo o negativo, así entonces partículas cargadas generan un campo electromagnético que a su vez crea repulsión(mismo signo) o atracción(diferente signo) sobre otras partículas cargadas.

Las ecuaciones de Maxwell detallan el comportamiento de los campos electromagnéticos. En el modelo estándar su utilización viene a describir la electrodinámica de los campos escalares, siendo el mediador de esta interacción el fotón  $A_\mu$ . La representación del campo es a través del tensor electromagnético es:

$$F_{\mu\nu} = \begin{pmatrix} 0 & -E_x & -E_y & -E_z \\ E_x & 0 & B_z & -B_y \\ E_y & -B_z & 0 & B_x \\ E_z & B_y & -B_x & 0 \end{pmatrix} \quad (1.12)$$

En la teoría electrodébil, que es la unión de la interacción electromagnética y débil, y es respaldada por evidencia observacional [6]. La carga eléctrica viene dada por los números cuánticos de Isospin débil y la hipercarga.

La relación entre la carga y estos números cuánticos se construye por la fórmula de Gell-Mann-Nishijima.

$$Q = T_3 + \frac{1}{2}Y \quad (1.13)$$

Donde  $Q$  corresponde a la carga eléctrica,  $Y$  a la hipercarga,  $T_3$  al isoespín.

Los fermiones tipo 'arriba'  $\uparrow$  left-handed poseen isoespín  $+1/2$ , mientras que los tipo 'abajo'  $\downarrow$  left-handed  $-1/2$  [7]. Las partículas right-handed no poseen isoespín.

En la teoría de Cromodinámica cuántica la carga de color está asociada a las interacciones fuertes, la poseen quarks y gluones, el nombre *color* es solo una analogía no tiene relación la cualidad de tener color observable.

Existen tres posibilidades, Rojo, Azul y Verde. Así entonces, un nucleon con los tres colores anteriores tendrá su antipartícula con las cargas opuestas, Antirrojo, Antiazul, Antiverde.

## 1.3. Contenido de partículas del Modelo Estándar

La materia observable en el Universo está constituida por las partículas elementales que se conocen como fermiones. Cada una de estas partículas representa a un campo donde cada cual puede interactuar con los demás gracias a las partículas mediadoras de fuerza que se conocen como los Bosones de gauge.

### 1.3.1. Quarks

Los quarks son partículas fundamentales con carga eléctrica, carga de color y spin 1/2. Existen 6 sabores los que poseen carga eléctrica 2/3 son, el Up, Charm y Top, los que tienen carga eléctrica -1/3 son el Down, Strange y Bottom.

Los Quarks forman estados ligados llamados Hadrones, los cuales se clasifican como Bariones o Mesones, entre otros. Los Bariones están formados por tres Quarks con carga de color diferente, un ejemplo de ello son los Protones y Neutrones, por otra parte los Mesones se componen de dos Quarks donde uno es el conjugado de Dirac del otro. Su forma como dobletes de  $SU(2)_L$ , corresponde a:

$$Q_1 = \begin{pmatrix} u_L \\ d_L \end{pmatrix}, \quad Q_2 = \begin{pmatrix} c_L \\ s_L \end{pmatrix}, \quad Q_3 = \begin{pmatrix} t_L \\ b_L \end{pmatrix}.$$

Mientras que la parte right-handed transforma como singlete en  $SU(2)_L$ :

$$\begin{aligned} \text{Tipo 'up':} & \quad u_{iR} = (u_R, c_R, t_R) \\ \text{Tipo 'down':} & \quad d_{iR} = (d_R, s_R, b_R) \end{aligned}$$

### 1.3.2. Leptones

Los Leptones son partículas con spin 1/2, no poseen carga de color por lo tanto no interactúan con la fuerza Fuerte. Existen dos tipos, los cargados, cuya carga es la del electrón y los neutrales que son los neutrinos. Además poseen 6 sabores, los que se agrupan en 3 generaciones, la primera es la electrónica, la segunda es la muónica y la tercera la tauónica. Su estructura de  $SU(2)$  left-handed es:

$$L_e = \begin{pmatrix} \nu_{eL} \\ e_L \end{pmatrix}, \quad L_\mu = \begin{pmatrix} \nu_{\mu L} \\ \mu_L \end{pmatrix}, \quad L_\tau = \begin{pmatrix} \nu_{\tau L} \\ \tau_L \end{pmatrix}.$$

Para la parte right-handed los spinores de Weyl transforman como singletes:

$$e_{iR} = (e_R, \quad \mu_R, \quad \tau_R)$$

### 1.3.3. Bosones de gauge

A propósito de las simetrías  $SU(3)$  asociada a la carga de color,  $SU(2) \times U(1)$  a la interacción electrodébil. Es vital hacer notar que cada grupo de simetría lleva asociado un bosón con spin  $S = 1$ , de acuerdo a cada generador de grupo [1].

Para  $SU(3)_C$ , se tiene ocho campos vectoriales no Abelianos representados por  $G_a^\mu$  (con  $a = 1, \dots, 8$ ), se denominan Gluones.

Para  $SU(2)_W$  de la fuerza débil se tienen tres bosones de gauge no Abelianos que se denotan como,  $W_i^\mu$  (con  $i = 1, 2, 3$ ).

Por último correspondiente a la simetría  $U(1)_Y$  existe un bosón Abeliano  $B^\mu$ .

Cuando están en el lagrangiano se escriben utilizando la notación de suma de índices repetidos multiplicados por su respectivo generador, entonces se tendrá:

- $\tau_i W_i^\mu$ ,
- $\lambda_a G_a^\mu$ ,
- $Y B^\mu$ .

En Fig. 1.3.3 se detalla esquemáticamente las propiedades descritas de las partículas fundamentales, sus generaciones y sus rangos de masa.

## 1.4. Fuerzas Fundamentales

La interacción Electromagnética se da entre partículas que posean carga eléctrica como los leptones cargados, los bosones  $W^\pm$ , quarks, etc. La forma en que dos partículas cargadas se pueden *sentir* es intercambiando un fotón.

La fuerza Débil actúa sobre los fermiones y es la responsable del decaimiento de los quarks a partículas más ligeras siendo sus partículas mediadoras el bosón  $W^\pm$

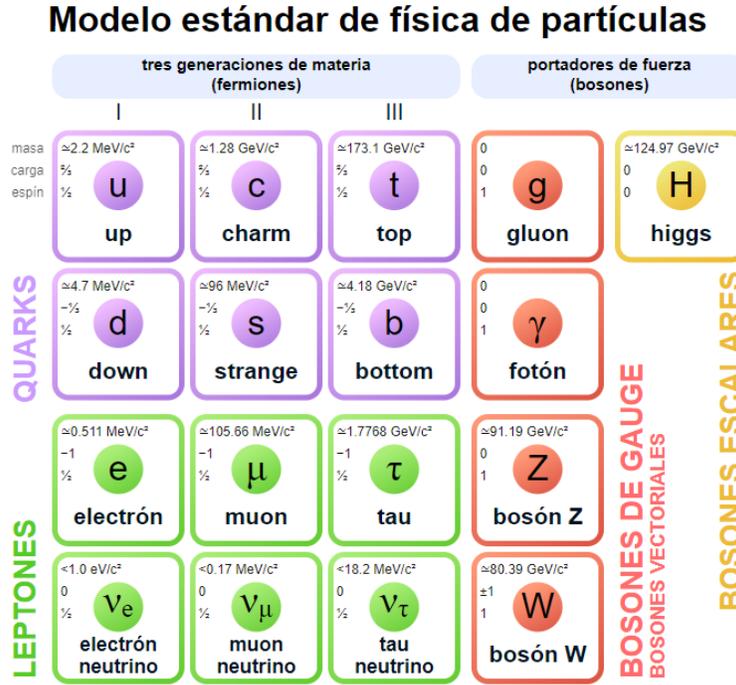


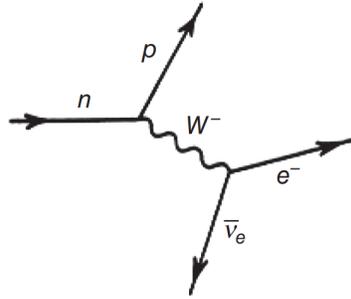
Figura 1.1: Esquematización del ME

y el  $Z^0$ . Los  $W^\pm$  actúan en procesos donde hay intercambio de cargas, mientras que el  $Z^0$  donde hay intercambio de momentum, la consecuencia de ello son las corrientes neutras.

Un proceso interesante que involucra al  $W^-$  [8] es la desintegración beta, Fig.1.2, en el cual un neutrón decae a un protón mediante la transformación de un quark 'down' a uno 'up'. Debido a que aparece la carga eléctrica positiva del protón es necesario que nazca una del signo opuesto para conservar la carga del proceso, la situación se equilibra con un  $W^-$  virtual que se desintegra a un electrón y un antineutrino electrónico. Un proceso similar ocurre cuando un protón se transforma en un neutrón en aquel caso un bosón  $W^+$  conservará la carga.

La fuerza Nuclear Fuerte se encarga de mantener cohesionados los núcleos atómicos a través del Mesón. Los Mesones, que están formados por un par quark anti-quark, actúan como un bosón para darle estabilidad al núcleo atómico.

La fuerza fuerte hace uso del campo de color(Rojo, Verde, Azul), quien ayuda a

Figura 1.2: Desintegración  $\beta^-$  [1]

mantener en equilibrio neutral a las cargas de color dentro de los bariones (partículas formadas por tres quarks) en donde las partículas que representan a este campo son los Gluones.

Las estructuras que forman tienen la particularidad de tener color igual a cero, ya que buscarán el equilibrio entre quarks y gluones para siempre mantenerse con carga de color neutra.

# Capítulo 2

## Mecanismo de Higgs y ruptura espontánea de simetría

Debido a que los bosones de gauge vectoriales, son campos masivos y no sin masa, como se preveía, fue necesario desarrollar un método de tal forma que adquirieran términos masivos. En primera instancia se desarrolló para un campo escalar para luego extender su tratamiento a los campos bosónicos.

### 2.1. Mecanismo de Higgs en un campo escalar

Se considera un lagrangiano escalar con una interacción  $\phi^4$  asociado a un acoplamiento  $\lambda$  y que también sea invariante ante  $\mathbb{Z}_2$ ,  $\phi \rightarrow -\phi$ :

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2}\partial_\mu\phi\partial^\mu\phi - \left(\frac{1}{2}\mu^2\phi^2 + \frac{1}{4}\lambda\phi^4\right), \quad (2.1)$$

El parámetro  $\lambda$  debe ser mayor que cero para que el potencial esté acotado por abajo [1]. El estado basal del sistema viene por el mínimo clásico del potencial, pero para determinar las excitaciones es necesario expandir en torno a ese mínimo de acuerdo a la teoría perturbativa [9, 10].

El mínimo del potencial se calcula de forma usual, de acuerdo a la llamada ecuación de Tadpole:

$$\frac{\partial V}{\partial\phi} = 0 \quad (2.2)$$

Se distinguen dos casos posibles, si  $\mu^2 > 0$  ó  $\mu^2 < 0$ :

- Cuando  $\mu^2 > 0$  se tiene el mínimo del potencial en  $\phi = 0$ ,
- Cuando  $\mu^2 < 0$  se halla,  $\phi(\mu^2 + \lambda\phi^2) = 0$ .

En el caso de que  $\mu^2 < 0$  se haya un nuevo estado de 'vacío' correspondiente a:

$$\phi_0 = \pm \sqrt{\frac{-\mu^2}{\lambda}}, \quad (2.3)$$

este estado se conoce como el valor de expectación del vacío ( $\text{vev} \rightarrow v$ ),  $\phi_0 = \langle 0|\phi|0\rangle$ . Se puede expandir perturbativamente alrededor del nuevo mínimo,  $\phi = \phi_0 + \hat{\phi}$ . Tanto con  $v$  como con  $-v$  se deberían extraer las mismas conclusiones físicas porque el lagrangiano es invariante de  $\mathbb{Z}_2$ .

Usando  $\phi = -v + \hat{\phi}$ , al reemplazar queda:

$$\begin{aligned} \mathcal{L} &= \frac{1}{2}(\partial_\mu \hat{\phi} \partial^\mu \hat{\phi}) - \frac{1}{2}\mu^2[v^2 + 2\hat{\phi}v + \hat{\phi}^2] - \frac{1}{4}[v^4 + 4v^3\hat{\phi} + 6v^2\hat{\phi}^2 + 4v\hat{\phi}^3 + \hat{\phi}^4] \\ &= \frac{1}{2}(\partial_\mu \hat{\phi} \partial^\mu \hat{\phi}) - \left[ \frac{v^2}{2}(\mu^2 + \frac{1}{2}\lambda v^2) + \hat{\phi}v(\mu^2 + \lambda v^2) + \frac{\hat{\phi}^2}{2}(\mu^2 + \lambda v\hat{\phi}^3 + 3\lambda v^2) + \frac{1}{4}\lambda\hat{\phi}^4 \right] \end{aligned} \quad (2.4)$$

Expandiendo en torno a  $\phi_0$  con  $\hat{\phi} \sim 0$  porque son valores cercanos al mínimo, el lagrangiano se reduce a :

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2}(\partial_\mu \hat{\phi} \partial^\mu \hat{\phi}) - (\lambda v^2 \hat{\phi}^2 + \lambda v \hat{\phi}^3 + \frac{1}{4}\lambda \hat{\phi}^4) \quad (2.5)$$

Ahora aparece un término de masa adecuado

$$\rightarrow m_{\hat{\phi}}^2 = 2\lambda v^2 = -2\mu^2. \quad (2.6)$$

La partícula escalar que se acaba de describir en el lagrangiano para el caso  $\mu^2 < 0$  es un escalar real que obtiene su masa por auto-interacciones con otros escalares. En esta nueva formulación no hay simetría de reflexión espacial  $\mathbb{Z}_2$ , porque esta se ha roto desde el momento que se escogió  $-v$  en vez de  $v$ . Las nuevas partículas no tienen la simetría original del lagrangiano, esto es conocido como la ruptura espontánea de simetría.

## 2.2. Antes del rompimiento espontáneo de simetría electrodébil (*E.W.S.B*)

Luego del *Big-Bang* cuando el universo estaba a una temperatura de  $\sim 159$  GeV [11] el campo de Higgs adquiere un valor de expectación del vacío ( $10^{-12}$  segundos después) distinto de cero. Consecuencia de esto, se logra bajar la energía a cambio de producir partículas[12].

### 2.2.1. Lagrangiano antes del *E.W.S.B*

El lagrangiano electrodébil consiste de cuatro sectores, el de interacción de los campos vectoriales  $W$  y  $B$ , el fermiónico, el del campo de Higgs con sus autointeracciones, y el que describe la interacción de Yukawa con fermiones:

### 2.2.2. Parte de campos vectoriales

La parte cinética de los bosones  $W$  y  $B$ :

$$\mathcal{L}_1 = -\frac{1}{4}W_a^{\mu\nu}W_{\mu\nu}^a - \frac{1}{4}B^{\mu\nu}B_{\mu\nu} \quad (2.7)$$

### 2.2.3. Para los fermiones tipo Quarks:

En la parte left-handed se utiliza la notación simplificada:

$$Q_{L\alpha} = \begin{pmatrix} u_\alpha \\ d_\alpha \end{pmatrix}_L \quad (2.8)$$

Donde  $\alpha$  es 1, 2, 3 y se usa para señalar como los quarks transforman en el espacio de color.

Para la parte right-handed en forma de singletes, se escribe:

$$d_{R\alpha}, u_{R\alpha} \quad (2.9)$$

La derivada covariante que contiene a cada simetría local de gauge es:

$$D_\mu = \partial_\mu - ig_1 \frac{Y}{2} B_\mu - ig_2 \frac{\vec{\tau}^i}{2} W_\mu^i - ig_3 \frac{\lambda^a}{2} G_\mu^a \quad (2.10)$$

Siendo  $g_1, g_2, g_3$  las constantes de acoplamiento. Con la expresión anterior se puede escribir el sector del doblete left-handed como:

$$\mathcal{L} = i\bar{Q}_{L\alpha}\gamma^\mu D_\mu Q_{L\alpha}, \quad (2.11)$$

En el sector right-handed con los quarks 'Up', 'Charm', 'Top', hay que notar cuales elementos poseen isoespín cero, reemplazando en la fórmula de Gell-Mann-Nishijima (1.13) esta arroja  $Y = \frac{4}{3}$ , utilizando el resultado en (2.10) se obtiene el término covariante uno:

$$D_{\mu 1R} = \partial_\mu - i\frac{2}{3}g_1 B_\mu - ig_3 \frac{\lambda^a}{2} G_\mu^a, \quad (2.12)$$

ahora en el término right-handed se tiene:

$$\mathcal{L}_{u_R} = \bar{u}_{R\alpha} i\gamma^\mu D_{\mu 1R} u_{R\alpha}, \quad (2.13)$$

Siguiendo con los quarks pero con la parte correspondiente a los  $d_{R\alpha}$ , se haya que  $Y = -\frac{2}{3}$  y reemplazando en (2.10), se encuentra la pieza covariante dos:

$$D_{\mu 2R} = \partial_\mu + i\frac{g_1}{3} B_\mu - ig_3 \frac{\lambda^a}{2} G_\mu^a, \quad (2.14)$$

El sector right-handed asociado queda:

$$\mathcal{L}_{d_R} = \bar{d}_{R\alpha} i\gamma^\mu D_{\mu 2R} d_{R\alpha}. \quad (2.15)$$

#### 2.2.4. Parte leptónica

Dado un doblete leptónico left-handed  $L_{iL}$  con hipercarga  $Y = -1$  se escribe el sector utilizando (2.10):

$$\mathcal{L} = \bar{L}_{iL} i\gamma^\mu (\partial_\mu + ig_1 \frac{B_\mu}{2} - ig_2 \frac{\tau^i}{2} W_\mu^i) L_{iL}, \quad (2.16)$$

El singlete leptónico right-handed  $L_{iR}$  con hipercarga  $Y = -2$  permite un lagrangiano:

$$\mathcal{L} = \bar{L}_{iR} i\gamma^\mu (\partial_\mu + ig_1 B_\mu) L_{iR} \quad (2.17)$$

### 2.2.5. El lagrangiano del doblete de Higgs

Describe el campo escalar que genera la ruptura espontánea de simetría.

Su forma de interactuar es con los bosones de gauge y sus autointeracciones :

$$\mathcal{L}_H = (D_\mu \Phi)^\dagger (D^\mu \Phi) - \mu^2 \Phi^\dagger \Phi - \lambda (\Phi^\dagger \Phi)^2 \quad (2.18)$$

### 2.2.6. Interacción de Yukawa con fermiones

Este sector se encarga de generar las masas una vez que el campo Higgs adquiere *vev*:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_Y = & -y_e (\bar{L}_L \Phi e_R + \bar{e}_R \Phi^\dagger L_L) - y_d (\bar{Q}_L \Phi d_R + \bar{d}_R \Phi^\dagger Q_L) \\ & - y_u (\bar{Q}_L \tilde{\Phi} u_R + \bar{u}_R \tilde{\Phi}^\dagger Q_L), \end{aligned} \quad (2.19)$$

siendo  $y_{e,d,u}$  los acoplamientos de Yukawa. Los términos masivos generados tienen el problema que rompen la invarianza  $U(1)$  lo que cual es un problema porque impide que una teoría sea renormalizable [13].

## 2.3. Mecanismo de Higgs

A continuación se presenta el modelo desarrollado en los años 60 por Sheldon Lee Glashow, Abdus Salam y Steven Weinberg[14, 15, 16], para otorgarle masa a los campos de gauge. Para implementar el mecanismo de Higgs en la teoría Electrodébil se necesita una densidad lagrangiana invariante ante simetrías locales  $SU(2)_L$  y  $U(1)$ , se introduce el campo:

$$\Phi = \begin{pmatrix} \Phi_A \\ \Phi_B \end{pmatrix},$$

donde  $\Phi_A$  y  $\Phi_B$  son escalares complejos, los cuales se designan:

$$\Phi_A = \phi_1 + i\phi_2,$$

$$\Phi_B = \phi_3 + i\phi_4.$$

Los campos  $\phi_1, \phi_2, \phi_3, \phi_4$  son reales. Las rotaciones de  $SU(2)$  cumplen la unitariedad, y por supuesto se requiere una densidad lagrangiana invariante ante

$U(1) \times SU(2)$ . La estructura que satisface esta simetría global es la siguiente:

$$\mathcal{L}_\Phi = \partial_\mu \Phi^\dagger \partial^\mu \Phi - V(\Phi^\dagger \Phi), \quad (2.20)$$

escribiendo en términos de los campos reales, se tiene que:

$$\begin{aligned} \blacksquare \quad \Phi^\dagger \Phi &= \Phi_A^* \Phi_A + \Phi_B^* \Phi_B = \phi_1^2 + \phi_2^2 + \phi_3^2 + \phi_4^2, \\ \blacksquare \quad \partial_\mu \Phi^\dagger \partial^\mu \Phi &= \partial_\mu \phi_1 \partial^\mu \phi_1 + \partial_\mu \phi_2 \partial^\mu \phi_2 + \partial_\mu \phi_3 \partial^\mu \phi_3 + \partial_\mu \phi_4 \partial^\mu \phi_4. \end{aligned}$$

Si el potencial  $V(\Phi^\dagger \Phi) = m^2 \Phi^\dagger \Phi$ , el lagrangiano se corresponde con los cuatro campos escalares, todos con masa  $m$ .

La transformación  $U(1)$  puede escribirse como,

$$\Phi \rightarrow \Phi' = e^{-i\theta} \Phi = e^{-i\theta \tau^0} \Phi. \quad (2.21)$$

Para que se vuelva una simetría local es necesario introducir un campo de gauge vectorial  $B_\mu(x)$  con la ley de transformación:

$$B_{\mu(x)} \rightarrow B'_\mu(x) = B_\mu(x) + (2/g_1) \partial_\mu \theta, \quad (2.22)$$

y hacer el reemplazo  $i\partial_\mu \rightarrow i\partial_\mu - (g_1/2)B_\mu$ . En definitiva  $B_\mu$  es el campo de gauge de  $U(1)$ .

Con respecto a  $SU(2)$  cualquier elemento puede escribirse de la forma  $U = e^{-i\alpha^k \tau^k}$ , con  $\alpha^k$  tres números reales y  $\tau^k$  son los generadores del grupo  $SU(2)$ .

Para pasar de global a local una simetría  $SU(2)$  con  $U = U(x)$  dependiendo de las coordenadas espaciales y temporales. Se introduce un campo vectorial de gauge,  $W_\mu^k(x)$  para cada generador  $\tau^k$  de acuerdo a (1,3,3), sería entonces:

$$W_{\mu(x)} \rightarrow W'_\mu(x) = U(x)W_\mu(x)U^\dagger(x) + (2i/g_2)\partial_\mu U(x)U^\dagger(x), \quad (2.23)$$

con  $W_\mu(x) = W_\mu^i \tau^i$  una matriz Hermítica y con traza cero:

$$W_\mu(x) = \begin{pmatrix} W_\mu^3 & W_\mu^1 - iW_\mu^2 \\ W_\mu^1 + iW_\mu^2 & -W_\mu^3 \end{pmatrix}$$

Una transformación global de  $SU(2)$   $W'_\mu = UW_\mu U^\dagger$  es en definitiva una rotación de estos vectores en el espacio del isospín débil.

La derivada covariante corresponde a:

$$D_\mu \Phi = [\partial_\mu + iY \frac{g_1}{2} B_\mu + i\tau_k \frac{g_2}{2} W_{\mu k}] \Phi \quad (2.24)$$

Se muestra directamente la transformación de  $U(1) \times SU(2)$ ,  $D_\mu \Phi \rightarrow D'_\mu \Phi'$ :

$$D'_\mu \Phi' = [\partial_\mu + iY \frac{g_1}{2} B'_\mu + i\tau_i \frac{g_2}{2} W'_{\mu i}] \Phi' = e^{-i\theta} U D_\mu \Phi \quad (2.25)$$

donde  $\Phi'$  es  $\Phi' = e^{-i\theta} U \Phi$ , entonces el lagrangiano invariante de Gauge local será como:

$$\mathcal{L}_\Phi = (D_\mu \Phi)^\dagger (D^\mu \Phi) - V(\Phi' \Phi) \quad (2.26)$$

$\mathcal{L}_\Phi$  también es un invariante de Lorentz, es por ello que necesitaremos que  $B_\mu$  y  $W_\mu$  transformen como cuatri-vector covariante. Para el campo  $W_\mu$  la expresión es:

$$W_{\mu\nu} = [\partial_\mu + i\tau_i \frac{g_2}{2} W_{\mu i}] W_\nu - [\partial_\nu + i\tau_i \frac{g_2}{2} W_{\nu i}] W_\mu \quad (2.27)$$

Bajo la transformación de  $SU(2)$   $W_\mu \rightarrow W'_\mu$  se muestra que:

$$W_{\mu\nu} \rightarrow W'_{\mu\nu} = UW_{\mu\nu}U^\dagger. \quad (2.28)$$

Para la parte de  $B_\mu$  se escribe el tensor  $B_{\mu\nu}$  acorde a la definición de vector covariante:  $B_{\mu\nu} = \partial_\mu B_\nu - \partial_\nu B_\mu$  y el término cinético asociado corresponde a:

$$\mathcal{L}_{kin} = -\frac{1}{4} B_{\mu\nu} B^{\mu\nu} \quad (2.29)$$

Ahora la parte dinámica del lagrangiano asociado a los campos de gauge se va simplificando de acuerdo como:

$$\mathcal{L}_{din} = -\frac{1}{4} B_{\mu\nu} B^{\mu\nu} - \frac{1}{8} Tr[W_{\mu\nu} W^{\mu\nu}] \quad (2.30)$$

Si se usa la rotación en torno al espacio de isospín débil (2.28) se prueba que el lagrangiano es invariante ante una transformación local de  $SU(2)$ .

Usando el álgebra de conmutadores (1,10) los campos vectoriales  $W_i^\mu$  se pueden

reescribir como  $W_{\mu\nu} = W_{\mu\nu}^i \tau^i$

Continuando en la misma línea del grupo de generadores de  $SU(2)$  (1.10), se puede reescribir  $W_{\mu\nu}$  como la suma de índices repetidos de acuerdo a (1,3,3), según se cumpla que la traza  $Tr(\tau^i)^2 = 2$  y  $Tr(\tau^i \tau^j) = 0$ , el sector cinético se vuelve:

$$\mathcal{L}_{kin} = -\frac{1}{4} B_{\mu\nu} B^{\mu\nu} - \sum_{i=1}^3 \frac{1}{4} W_{\mu\nu}^i W^{i\mu\nu}. \quad (2.31)$$

Con las siguientes definiciones se simplifica aún más el lagrangiano cinético:

$$W_{\mu}^+ = \frac{W_{\mu}^1 - iW_{\mu}^2}{\sqrt{2}} \quad (2.32)$$

$$W_{\mu}^- = \frac{(W_{\mu}^1 + iW_{\mu}^2)}{\sqrt{2}} \quad (2.33)$$

$$W_{\mu\nu}^+ = \frac{(W_{\mu\nu}^1 - iW_{\mu\nu}^2)}{\sqrt{2}} = (\partial_{\mu} + ig_2 W_{\mu}^3) W_{\nu}^+ - (\partial_{\nu} + ig_2 W_{\nu}^3) W_{\mu}^+ \quad (2.34)$$

$$W_{\mu\nu}^3 = \partial_{\mu} W_{\nu}^3 - \partial_{\nu} W_{\mu}^3 - ig_2 (W_{\mu}^- W_{\nu}^+ - W_{\nu}^- W_{\mu}^+) \quad (2.35)$$

$W_{\mu\nu}^-$  se obtiene de forma similar a (2.34).

Ahora, el sector cinético será:

$$\mathcal{L}_{kin} = -\frac{1}{4} B_{\mu\nu} B^{\mu\nu} - \frac{1}{4} W_{\mu\nu}^3 W^{3\mu\nu} - \frac{1}{2} W_{\mu\nu}^- W^{+\mu\nu} \quad (2.36)$$

### 2.3.1. Rompimiento de la simetría $SU(2)$

Dado el potencial invariante de  $SU(2)$ :

$$V(\Phi^{\dagger} \Phi) = \frac{m^2}{2\phi_0} [(\Phi^{\dagger} \Phi) - \phi_0^2]^2 = \frac{m^2}{2\phi_0} [\phi_1^2 + \phi_2^2 + \phi_3^2 + \phi_4^2 - \phi_0^2]^2 \quad (2.37)$$

Ahora rompemos la simetría  $SU(2)$

- Las ecuaciones de Tadpole fijan que en este caso se cumpla que  $\Phi_A = 0$  y  $\Phi_B$  sea real, porque este último es finalmente la parte encargada de adquirir *vev*, en consecuencia generará segmentos masivos:  $\Phi = \begin{pmatrix} \Phi_A \\ \Phi_B \end{pmatrix}$ ,

quedando así el estado basal:  $\Phi_{basal} = \begin{pmatrix} 0 \\ \Phi_0 \end{pmatrix}$ , los estados excitados serán:

$$\Phi = \begin{pmatrix} 0 \\ \phi_0 + \frac{h(x)}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} \quad (2.38)$$

donde  $h(x)$  es un campo Real.

Los campos permanecen sin cambios bajo una transformación  $U(1) \times SU(2)$  de la forma:  $e^{-i\theta/2} \begin{pmatrix} e^{-i\theta/2} & 0 \\ 0 & e^{i\theta/2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} e^{-i\theta} & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ . Tales matrices dan una representación  $2 \times 2$  del grupo  $U(1)$ .

Ahora la idea es introducir al lagrangiano  $\mathcal{L}_\Phi$ , el campo Real  $h(x)$  que pusimos en el gauge, nos queda el potencial:

$$V(\Phi^\dagger\Phi) = m^2 h^2 + \frac{m^2 h^3}{\sqrt{2}\phi_0} + \frac{m^2 h^4}{8\phi_0} = V(h) \quad (2.39)$$

A continuación hay que hallar la derivada covariante del término cinético del doblete  $\Phi$ :

$$D^\mu\Phi = \begin{pmatrix} 0 \\ \partial^\mu h/\sqrt{2} \end{pmatrix} + \frac{ig_1}{2} \begin{pmatrix} 0 \\ B^\mu (\phi_0 + h/\sqrt{2}) \end{pmatrix} + \frac{ig_2}{2} \begin{pmatrix} \sqrt{2}W_\mu^+ (\phi_0 + h/\sqrt{2}) \\ -W_\mu^3 (\phi_0 + h/\sqrt{2}) \end{pmatrix}, \quad (2.40)$$

para poder hacer  $(D_\mu\Phi)^\dagger(D^\mu\Phi)$ .

En el sector resultante se plasman el término del bosón  $Z_\mu$  que a su vez depende del  $W_\mu^3$  y el  $B_\mu$  donde se introduce el  $\cos\theta_W$  y el  $\sin\theta_W$ , con  $\theta_W$  siendo el ángulo de Weinberg, cuyo significado físico es representar la rotación realizada durante la ruptura de simetría en torno al plano  $(W_\mu^3, B_\mu)$ . El coseno y el seno serán:

$$\cos\theta_W = \frac{g_2}{\sqrt{g_1^2 + g_2^2}} \quad (2.41)$$

$$\sin\theta_W = \frac{g_1}{\sqrt{g_1^2 + g_2^2}} \quad (2.42)$$

El ángulo de Weinberg es el adecuado de tal forma que es el que diagonaliza la matriz de masas en la base de  $B_\mu$  y  $W_\mu^3$ .

La rotación realizada en forma paramétrica es:

$$\begin{pmatrix} W_{\mu 3} \\ B_{\mu} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \theta_W & \sin \theta_W \\ -\sin \theta_W & \cos \theta_W \end{pmatrix} \begin{pmatrix} Z_{\mu} \\ A_{\mu} \end{pmatrix}, \quad (2.43)$$

La consecuencia inmediata de esto es que se crean dos bosones físicos, el fotón y el  $Z^0$ , basta multiplicar la traspuesta por la izquierda para mostrar la relación invertida:

$$\begin{pmatrix} Z_{\mu} \\ A_{\mu} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \theta_W & -\sin \theta_W \\ \sin \theta_W & \cos \theta_W \end{pmatrix} \begin{pmatrix} W_{\mu}^3 \\ B_{\mu} \end{pmatrix} \quad (2.44)$$

Las leyes de transformación consecutivas a lo anterior y sustituyendo (2.35) en la parte del  $W_{\mu}^3$  son:

$$B_{\mu\nu} = A_{\mu\nu} \cos \theta_W - Z_{\mu\nu} \sin \theta_W \quad (2.45)$$

$$W_{\mu\nu}^3 = A_{\mu\nu} \sin \theta_W + Z_{\mu\nu} \cos \theta_W - ig_2(W_{\mu}^{-}W_{\nu}^{+} - W_{\nu}^{-}W_{\mu}^{+}) \quad (2.46)$$

Finalmente se puede escribir:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_1 = & \frac{1}{2} \partial_{\mu} h \partial^{\mu} h - m^2 h^2 - \frac{1}{4} Z_{\mu\nu} Z^{\mu\nu} + \frac{1}{4} \phi_0^2 (g_1^2 + g_2^2) Z_{\mu} Z^{\mu} - \frac{1}{4} A_{\mu\nu} A^{\mu\nu} \\ & - \frac{1}{2} [(D_{\mu} W_v^{+})^* - (D_v W_{\mu}^{+})^*] [D^{\mu} W^{+v} - D^v W^{+\mu}] + \frac{1}{2} g_2^2 \phi_0^2 W_{\mu}^{-} W^{+\mu} \end{aligned} \quad (2.47)$$

Con  $D_{\mu} W_v^{+} = (\partial_{\mu} + ig_2 \sin \theta_w A_{\mu}) W_v^{+}$ .

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_2 = & \left( \frac{1}{4} h^2 + \frac{1}{\sqrt{2}} h \phi_0 \right) \left( g_2^2 W_{\mu}^{-} W^{+\mu} + \frac{1}{2} (g_1^2 + g_2^2) Z_{\mu} Z^{\mu} \right) \\ & - \frac{m^2 h^3}{\sqrt{2} \phi_0} - \frac{m^2 h^4}{8 \phi_0^2} + \frac{g_2^2}{4} (W_{\mu}^{-} W_v^{+} - W_v^{-} W_{\mu}^{+}) (W^{-\mu} W^{+v} - W^{-v} W^{+\mu}) \\ & + \frac{ig_2}{2} (A_{\mu\nu} \sin \theta_w + Z_{\mu\nu} \cos \theta_w) (W^{-\mu} W^{+v} - W^{-v} W^{+\mu}) \\ & - g_2^2 \cos^2 \theta_w (Z_{\mu} Z^{\mu} W_v^{-} W^{+v} - Z_{\mu} Z^v W_v^{-} W^{+\mu}) \\ & + \frac{ig_2}{2} \cos \theta_w [(Z_{\mu} W_v^{-} - Z_v W_{\mu}^{-}) (D^{\mu} W^{+v} - D^v W^{+\mu}) \\ & - (Z_{\mu} W_v^{+} - Z_v W_{\mu}^{+}) (D^{\mu} W^{+v})^* - (D^v W^{+\mu})^*]. \end{aligned} \quad (2.48)$$

En resumen, después de la ruptura espontánea de simetría queda una parte en las derivadas que corresponde al campo bosónico[17]  $h(x)$ , una parte libre del bosón  $Z_\mu$ , los campos vectoriales del bosón  $W_\mu^+ W_\mu^-$ , interactuando con el campo  $A_\mu$  del fotón. También aparecen los tres campos vectoriales mediadores de la interacción débil.

# Capítulo 3

## Partículas del Modelo Estándar y más allá

Se han descrito las interacciones entre campos vectoriales bosónicos, ahora es el turno de describir y brindarle masa a los leptones cargados.

También se mostrará un marco general del sector de neutrinos y posibles mecanismos de generación de masas para estos.

### 3.1. Leptones

El doblete leptónico left-handed de  $SU(2) \times U(1)$  transforma similar a como lo hace el doblete de Higgs, ahora tomaremos el caso del electrón y el neutrino electrónico, así se tiene:  $L_e = \begin{pmatrix} \nu_{eL} \\ e_L \end{pmatrix}$  bajo la transformación:

$$L \rightarrow L' = UL \quad (3.1)$$

La derivada de gauge de  $SU(2)$  será de la forma  $\partial_\mu + i\tau_i \frac{g_2}{2} W_{\mu i}$ . Y para el acoplamiento al bosón  $B_\mu$  se tendrá:

$$D_\mu L = [\partial_\mu + i\tau_i \frac{g_2}{2} W_{\mu i} + iY \frac{g_1}{2} B_\mu] L \quad (3.2)$$

Usando las expresiones  $W_\mu(x)$  y  $W_\mu^3$ , reescribiremos la derivada de gauge :

$$W_\mu(x) = \begin{pmatrix} W_\mu^3 & W_\mu^1 - iW_\mu^2 \\ W_\mu^1 + iW_\mu^2 & -W_\mu^3 \end{pmatrix} \quad (3.3)$$

Haciendo los reemplazos correspondientes obtenemos, la pieza:

$$D_\mu L = \begin{pmatrix} \partial_\mu + iY \frac{g_2}{2} B_\mu + i \frac{g_1}{2} W_{3\mu} & i \frac{g_1}{2} (W_{1\mu} - iW_{2\mu}) \\ i \frac{g_1}{2} (W_{1\mu} + iW_{2\mu}) & \partial_\mu + iY \frac{g_2}{2} B_\mu - i \frac{g_1}{2} W_{3\mu} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \nu_{Li} \\ e_{Li} \end{pmatrix}. \quad (3.4)$$

Con  $i = e, \mu, \tau$ , se puede expandir aún mas utilizando los reemplazos de los bosones cargados  $W_\mu^\pm$ :

$$D_\mu L = \begin{pmatrix} \partial_\mu + iY \frac{g_2}{2} B_\mu & 0 \\ 0 & \partial_\mu + iY \frac{g_2}{2} B_\mu \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \nu_i \\ e_{Li} \end{pmatrix} + i \frac{g_1}{2} \begin{pmatrix} W_{3\mu} & \sqrt{2}W_{+\mu} \\ \sqrt{2}W_{-\mu} & -W_{3\mu} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \nu_i \\ e_{Li} \end{pmatrix} \quad (3.5)$$

Volviendo al caso del doblete electrónico con hipercarga  $Y = -1$  y utilizando las definiciones del coseno y seno de Weinberg, teniendo en cuenta además, que en el doblete el electrón debe quedar con carga y el neutrino neutral; se hace el siguiente arreglo[17] sobre  $g_1$  y  $g_2$ :

$$\blacksquare \quad g_2 \sin \theta_W = g_1 \cos \theta_W = e$$

Ahora, la pieza que contiene completamente a la derivada de los campos left-handed:

$$D_\mu^L L = \begin{pmatrix} \partial_\mu + i \frac{e}{\sin 2\theta_W} Z_\mu & i \left( \frac{e}{\sqrt{2} \sin \theta_W} \right) W_\mu^+ \\ i \left( \frac{e}{\sqrt{2} \sin \theta_W} \right) W_\mu^- & \partial_\mu - ie A_\mu - ie \cot 2\theta_W Z_\mu \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \nu_{eL} \\ e_L \end{pmatrix}. \quad (3.6)$$

La parte right-handed en su forma general es:

$$D_\mu^R = \partial_\mu + iY \frac{g_1}{2} B_\mu \quad (3.7)$$

En el caso del electrón right-handed con  $Y = -2$ :

$$D_\mu^R e_R = [\partial_\mu - ig_1 B_\mu] e_R \quad (3.8)$$

El sector cinético del lagrangiano, necesita ser invariante de gauge y de Lorentz, escribiendo en la base quiral:

$$\mathcal{L}_{\text{kin}} = \bar{L} i \gamma^\mu D_\mu L + \bar{e}_R i \gamma^\mu D_\mu e_R \quad (3.9)$$

Ahora la parte de la densidad lagrangiana que otorga masa a los leptones, pero no a los neutrinos y considerando un instante posterior a la ruptura espontánea de simetría, es:

$$\mathcal{L}_{\text{masa}} = -y_e \phi_0 (\bar{e}_L e_R + \bar{e}_R e_L) - \frac{y_e h}{\sqrt{2}} (\bar{e}_L e_R + e_R^\dagger e_L) \quad (3.10)$$

Se ha construido para el electrón pero es el mismo procedimiento para todos los leptones cargados, lo único que cambia es la masa, por ende el acoplamiento de yukawa. Es más, generalizando se obtiene:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{\text{kin}} &= L_i^\dagger \tilde{\sigma}^\mu i D_\mu L_i + e_R^\dagger \sigma^\mu i D_\mu e_R + \mu_R^\dagger \sigma^\mu i D_\mu \mu_R + \tau_R^\dagger \sigma^\mu i D_\mu \tau_R \\ \mathcal{L}_{\text{masa}} &= -y_e \phi_0 (e_L^\dagger e_R + e_R^\dagger e_L) - \frac{y_e h}{\sqrt{2}} (e_L^\dagger e_R + e_R^\dagger e_L) - y_\tau \phi_0 (\tau_L^\dagger \tau_R + \tau_R^\dagger \tau_L) - \\ &\quad \frac{y_\tau h}{\sqrt{2}} (\tau_L^\dagger \tau_R + \tau_R^\dagger \tau_L) - y_\mu \phi_0 (\mu_L^\dagger \mu_R + \mu_R^\dagger \mu_L) - \frac{y_\mu h}{\sqrt{2}} (\mu_L^\dagger \mu_R + \mu_R^\dagger \mu_L) \end{aligned}$$

### 3.1.1. Leptón y los bosones $W$

El acoplamiento de los leptones y sus respectivos neutrinos a los bosones  $W^+$  y  $W^-$  viene por la asociación de cada bosón a la corriente leptónica, la cual es:

$$j^\mu = \left( e_L^\dagger \tilde{\sigma}^\mu v_{eL} + \mu_L^\dagger \tilde{\sigma}^\mu v_{\mu L} + \tau_L^\dagger \tilde{\sigma}^\mu v_{\tau L} \right), \quad (3.11)$$

de esta forma la interacción queda:

$$\mathcal{L} = - \left( g_2 / \sqrt{2} \right) [j^{\mu\dagger} W_\mu^+ + j^\mu W_\mu^-] \quad (3.12)$$

## 3.2. Quarks

De forma similar a como se construye a los leptones, se les otorga masa y se describen sus interacciones. Se puede hacer lo mismo para los Quarks, describiendo así a los fermiones de manera más completa, junto con ello se puede tener mezcla de quarks y cambio de generaciones. La descripción de Quarks se completa con la matriz CKM (Cabibbo-Kobayashi-Maskawa) [18], que es una matriz unitaria que diagonaliza la matriz de masas en el sector de quarks, ya sean isoespín tipo up o tipo down. Para los Up se diagonaliza de acuerdo a:

$$M_{diag}^u = \begin{pmatrix} m_u & 0 & 0 \\ 0 & m_c & 0 \\ 0 & 0 & m_t \end{pmatrix} = V_L^u M^u V_R^{u\dagger} \quad (3.13)$$

Similarmente para los Down:

$$M_{diag}^d = \begin{pmatrix} m_d & 0 & 0 \\ 0 & m_s & 0 \\ 0 & 0 & m_b \end{pmatrix} = V_L^d M^d V_R^{d\dagger} \quad (3.14)$$

El modelo GIM(Glashow-Iliopoulos-Maiani) [19] viene a permitir las corrientes neutrales además del cambio de sabor. Tomando el acoplamiento de la corriente neutral al quark Up, al Down y al Strange con la respectiva rotación sobre el ángulo de Cabibbo, se puede escribir en forma paramétrica los estados de los quarks involucrados en la interacción débil:

$$\begin{pmatrix} d' \\ s' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} d \\ s \end{pmatrix} \quad (3.15)$$

Se puede extender el tratamiento para incorporar mas quarks. Los tres en la posición superior del doblete, el Up, Charm, Top, con carga  $+2/3$  mas los otros tres, el Down, Strange, Bottom, con carga  $-1/3$ . Permitiendo 3 colores, con seis sabores de quarks se tiene una transformación unitaria en los tres dobletes de quarks:

$$\begin{pmatrix} d' \\ s' \\ b' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} V_{ud} & V_{us} & V_{ub} \\ V_{cd} & V_{cs} & V_{cb} \\ V_{td} & V_{ts} & V_{tb} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} d \\ s \\ b \end{pmatrix} \quad (3.16)$$

### 3.3. Simetría CP

Mientras hay procesos que se conservan ante una conjugación de carga, hay otros que lo hacen ante una transformación espacial de paridad. Así mismo hay otros que solo respetan a estas dos simetrías discretas cuando se aplican juntas[13, 8]. Una partícula spinorial con quiralidad left-handed en un marco de referencia right-handed, se comportara igual que una con quiralidad right-handed un marco left-handed.

Lo interesante es que el Modelo Estándar no predice la violación de este conjunto de simetrías. No fue sino hasta que se observó el decaimiento del Kaon[20], que fue necesario introducir fases complejas en el cálculo de las amplitudes de los procesos para describir las violaciones de conjugación de carga y paridad[21].

### 3.4. Neutrinos de Majorana

Considerando la ecuación de Dirac,  $(i\gamma^\mu\partial_\mu - m)\psi = 0$  ; y los espinores de Weyl,  $\psi = \psi_L + \psi_R$  para un campo fermiónico, se consiguen las evoluciones espacio-temporales para los campos masivos  $\psi_L$  y  $\psi_R$ :

$$i\gamma^\mu\partial_\mu\psi_L = m\psi_R \quad (3.17)$$

$$i\gamma^\mu\partial_\mu\psi_R = m\psi_L \quad (3.18)$$

La sutileza viene en no asumir que  $\psi_L$  y  $\psi_R$  son independientes.

De las ecuaciones anteriores se puede pasar de una a la otra, además de tomar la traspuesta y el operador conjugación de carga, para obtener una relación de Majorana entre los espinores derechos e izquierdos. La ecuación de Majorana para un campo Quiral izquierdo queda [22]:

$$i\gamma^\mu\partial_\mu\psi_L = m\xi\mathcal{C}\overline{\psi_L}^T \quad (3.19)$$

Con el factor de fase  $\xi = 1$ .

Un campo de Majorana se puede escribir en la siguiente convención:  $\psi = \psi_L + \psi_L^C$ ; usando en la parte conjugada,  $\psi_L^C = \mathcal{C}\overline{\psi_L}^T$ .

#### 3.4.1. Mezcla de Neutrinos

Considerando la mezcla de tres generaciones de Neutrinos masivos de Majorana:

$$\nu_L = \begin{pmatrix} \nu_{eL} \\ \nu_{\mu L} \\ \nu_{\tau L} \end{pmatrix}, \quad (3.20)$$

con el término masivo:

$$\mathcal{L}_{\text{masa}}^M = \frac{1}{2}\nu_L^T\mathcal{C}^\dagger M^L\nu_L' + \text{h.c.} = \frac{1}{2}\sum_{\alpha,\beta=e,\mu,\tau}\nu_{\alpha L}'^T\mathcal{C}^\dagger M_{\alpha\beta}^L\nu_{\beta L}' + \text{h.c.}, \quad (3.21)$$

el término de masa de Majorana se puede diagonalizar utilizando la transformación:

$$(V_L^\nu)^T M^L V_L^\nu = M \quad (3.22)$$

y  $V_L^\nu$  es unitaria. Bajo la interacción débil, la matriz de mezcla es,  $U = V_L^{\ell\dagger} V_L^\nu$ .

Como vimos anteriormente las ecuaciones que describen a los leptones cargados después de la ruptura espontánea de simetría, dan un esquema bien completo de la situación y de sus masas, a excepción de que predicen una masa igual a cero para los neutrinos, es por ello que se debe introducir una transformación matricial específica para este caso la cual corresponde a la matriz, PMNS (Pontecorvo-Maki-Nakagawa-Sakata) [22].

$$U^\nu = \begin{pmatrix} c_{12}c_{13} & s_{12}c_{13} & s_{13}e^{-i\delta_{13}} \\ -s_{12}c_{23} - c_{12}s_{23}s_{13}e^{i\delta_{13}} & c_{12}c_{23} - s_{12}s_{23}s_{13}e^{i\delta_{13}} & s_{23}c_{13} \\ s_{12}s_{23} - c_{12}c_{23}s_{13}e^{i\delta_{13}} & -c_{12}s_{23} - s_{12}c_{23}s_{13}e^{i\delta_{13}} & c_{23}c_{13} \end{pmatrix}, \quad (3.23)$$

donde se ha introducido la violación de fase CP con  $0 \leq \delta_{13} \leq 2\pi$ , con 3 ángulos de mezcla,  $c_{ij} = \cos \theta_{ij}$  y  $s_{ij} = \sin \theta_{ij}$ .

La matriz PMNS diagonaliza a la matriz de masas en el sector de neutrinos, siempre y cuando se pudiera crear un termino lagrangiano bien definido para los neutrinos.

### 3.5. Mecanismo de *See-Saw* Tipo I

El término de masa de Dirac-Majorana viene por:

$$\mathcal{L}_{\text{masa}}^{\text{D+M}} = \frac{1}{2} N_L^T \mathcal{C}^\dagger M N_L + \text{h.c.} \quad [22] \quad (3.24)$$

y la matriz de masa simétrica:

$$M = \begin{pmatrix} m_L & m_D \\ m_D & m_R \end{pmatrix}; \quad (3.25)$$

las masas  $m_L$ ,  $m_D$ ,  $m_R$  corresponden a; la masa si solo el campo left del neutrino existe (de Majorana), la masa si existe un neutrino right (de Dirac), la masa si contiene a un neutrino de Dirac y uno de Majorana, respectivamente. La matriz de masa puede ser diagonalizada mediante la rotación

$$\mathcal{O} = \begin{pmatrix} \cos \vartheta & \sin \vartheta \\ -\sin \vartheta & \cos \vartheta \end{pmatrix}; \quad (3.26)$$

obteniéndose,

$$\mathcal{O}^T M \mathcal{O} = \begin{pmatrix} m'_1 & 0 \\ 0 & m'_2 \end{pmatrix}. \quad (3.27)$$

Los autoestados de masa se ven directamente y están en la diagonalización,

$$m'_{2,1} = \frac{1}{2} \left[ m_L + m_R \pm \sqrt{(m_L - m_R)^2 + 4m_D^2} \right]. \quad (3.28)$$

El caso *See-Saw* (balancín en ingles) viene cuando[23, 22]  $m_D \ll m_R$ ,  $m_L = 0$ , y se obtiene que:

$$m_1 \simeq \frac{m_D^2}{m_R}, \quad (3.29)$$

$$m_2 \simeq m_R. \quad (3.30)$$

Se observa que la masa del neutrino  $\nu_2$  es tan pesada como la masa  $m_R$  y el neutrino de  $m_1$  es mas ligero.

Por ejemplo si se tuviese  $m_R \sim 100$  GeV mientras que  $m_D \sim 1$  GeV, entonces se hallaría un autoestado de masa de  $\sim 0,01$  eV .

### 3.5.1. Mecanismo de *See-Saw* Tipo II

Los modelos que se hacen del uso del *See-Saw* tipo-II requieren la existencia de un triplete  $\Delta$  de  $SU(2)_L$  con hipercarga  $Y = 1$ [24, 23, 25]:

$$\Delta = \begin{pmatrix} \Delta^+ & \sqrt{2}\Delta^{++} \\ \Delta^0 & -\Delta^+ \end{pmatrix}. \quad (3.31)$$

Cuando la componente neutral  $\Delta^0$  adquiere *vev* luego de la rotura de simetría genera un término de masa de Majorana[24], a través de:

$$\mathcal{L} = -y_\Delta \bar{L}^c \Delta L \quad (3.32)$$

De tal forma que el *vev* y la interacción de yukawa arrojan una expresión masiva:

$$\sim -y_\Delta \frac{v_\Delta}{\sqrt{2}} \bar{\nu}_L^c \nu_L \quad (3.33)$$

### 3.6. Mecanismo de *freeze-out*

Al partir de un universo en equilibrio térmico existen ciertas consecuencias[26], como el desacoplamiento de la materia. Una vez que los constituyentes del plasma primigenio se han desacoplado, su evolución esta regida por ciertos parámetros, la densidad de partículas que decrece como  $R^{-3}$  y los momuntums caen como  $R^{-1}$ . El ritmo de interacción de las partículas,  $\Gamma$ , comparado con el ritmo de expansión del universo,  $H$ , es una forma de ver que tan acoplada o desacoplada están las especies que se miden. Si  $\Gamma \lesssim H$  entonces se dirá que hay desacoplamiento. Contrariamente, si  $\Gamma \gtrsim H$  la materia está acoplada.

El conjunto de simplificaciones que se pueden utilizar son:

- Asumir invarianza CP, cuya consecuencia es la conservación de la amplitud de los procesos, tanto de  $a \rightarrow b$  como de  $b \rightarrow a$ ,
- el uso de la estadística de Maxwell-Boltzmann, en detrimento de Fermi-Dirac ó Bose-Einstein es otra aproximación que aporta, ya que los factores de bloqueo y emisión se pueden ignorar, para todas las especies en equilibrio cinético.

Para una especie masiva que reposase en equilibrio térmico hasta el presente, con su abundancia de acuerdo a:

$$\frac{n}{s} \sim \left(\frac{m}{T}\right)^{3/2} e^{-m/T} \quad (3.34)$$

Si las interacciones de las especies se congelan, osea que,  $\Gamma < H$ , a una temperatura tal que  $m/T$  no es tan mayor que uno, entonces se tendría una importante abundancia fósil a los días de hoy [27, 26].

### 3.7. Materia Oscura

Los *WIMPS*, por sus siglas en ingles (*Weakly Interactive Massive Particles*) son partículas hipotéticas que probablemente no están contenidas en el Modelo Estándar, pueden interactuar gravitacionalmente y a través de la Fuerza débil o una nueva

fuerza a menor escala. Se piensa que los *WIMPS* han sido producidos térmicamente al principio del universo [28]. Son el principal candidato a materia oscura fría, ya que calzan con el modelo de abundancia reliquia del universo temprano, cuando existía equilibrio térmico a altas temperaturas. Las partículas de MO tenían la energía suficiente para sintetizar partículas del ME, a medida que el cosmos se expandió y se enfrió la energía suficiente para decaer a materia del ME no era suficiente. Los modelos de *WIMPS* son bien cautos en el sentido que utilizan el argumento del enfriamiento termal (*freeze-out*), mecanismo que se ha ido cumpliendo para la materia barionica desde el universo temprano.

La densidad reliquia en el caso más general se calcula de acuerdo a:

$$\Omega_\psi h^2 = 2,74 \times 10^8 Y_\psi(x_0) \left( \frac{m_\psi}{1\text{GeV}} \right) \quad (3.35)$$

De acuerdo a las mediciones de Planck [3], el ritmo de aniquilación termal es  $\langle\sigma v\rangle \sim 2 \times 10^{-26} \text{cm}^3 \text{s}^{-1}$  y la densidad reliquia de materia oscura [3]:

$$\Omega_{DM} h^2 = 0,11933 \pm 0,00091 \quad (3.36)$$

Los *WIMPS* imponen restricciones muy fuertes para ser medidos, tanto para la detección directa, indirecta o en colisionadores. Debido a ello se propone un tipo de materia oscura que está apenas acoplada al modelo estándar [29].

Los *FIMPS* no son producidos termalmente, sino que son sintetizados en un mecanismo de *freeze-in*.

# Capítulo 4

## Modelo *scotogenico* con una fase compleja

Una de las posibles extensiones al modelo estándar se conoce como modelo *scotogenico* [2, 5], ésta posee las simetrías de gauge del ME y se incluye una simetría discreta «oscura»  $\mathbb{Z}_2$ , así entonces el gauge de esta construcción es  $SU(3)_C \times SU(2)_L \times U(1)_Y \times \mathbb{Z}_2$ .

En este modelo la materia oscura es tipo *WIMP* y corresponde al escalar más ligero con  $\mathbb{Z}_2 = -1$ .

Se impone la ya mencionada simetría  $\mathbb{Z}_2$  para tener un candidato a MO (materia oscura) estable y además para suprimir la generación de masas de neutrinos a nivel árbol [30, 5].

Se introducen cuatro nuevos campos cargados bajo  $\mathbb{Z}_2$ . Dos tripletes escalares de  $SU(2)$ ;  $\Omega$  con hipercarga  $Y = 0$ ,  $\Delta$  con hipercarga  $Y = 1$  y complejo. Dos dobletes fermiónicos de  $SU(2)$  con quiralidades opuestas,  $f_L$  y  $f_R$ .

Este modelo es capaz de generar masas de neutrinos a un *loop* a través del mecanismo de *See-Saw* radiativo tipo II. Para esta tesina solo se desarrolló el sector de Materia Oscura.

## 4.1. Los tripletes de $SU(2)$

Descompactificando las sumas de Einstein de los objetos de  $SU(2)$ ;  $\Delta = \Delta_i \tau_i$ ,  $\Omega = \Omega_i \tau_i$ , a su forma más explícita, se puede ver claramente las estructuras que acompañan a los generadores. El triplete  $\Delta$  de  $SU(2)$ :

$$\begin{aligned}\Delta &= \Delta_1 \tau_1 + \Delta_2 \tau_2 + \Delta_3 \tau_3 \\ \Delta &= \frac{\Delta^0 + \Delta^{++}}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + \frac{i(\Delta^{++} - \Delta^0)}{2} \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix} + \Delta^+ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \\ \Delta &= \begin{pmatrix} \Delta^+ & \sqrt{2}\Delta^{++} \\ \sqrt{2}\Delta^0 & -\Delta^+ \end{pmatrix},\end{aligned}\tag{4.1}$$

triplete  $\Omega$  de  $SU(2)$ :

$$\begin{aligned}\Omega &= \Omega_1 \tau_1 + \Omega_2 \tau_2 + \Omega_3 \tau_3 \\ \Omega &= \frac{\Omega^+ + \Omega^-}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + i \frac{(\Omega^+ - \Omega^-)}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix} + \Omega^0 \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \\ \Omega &= \begin{pmatrix} \Omega^0 & \sqrt{2}\Omega^+ \\ \sqrt{2}\Omega^- & -\Omega^0 \end{pmatrix}.\end{aligned}\tag{4.2}$$

Las componentes neutrales desglosadas en su parte real e imaginaria son,  $\Delta^0 = \frac{\Delta_R^0 + \Delta_I^0}{\sqrt{2}}$ ,  $\Omega^0 = \Omega_R^0$ .

## 4.2. Lagrangiano

El sector que permite la invarianza de gauge del modelo estándar es:

$$\begin{aligned}\mathcal{L} \supset & -y_\Delta^i (\overline{f_R} \Delta L_i + \text{h.c.}) - y_\Omega^i (\overline{f_L^c} i \sigma_2 \Omega L_i + \text{h.c.}) \\ & - m_f (\overline{f_L} f_R + \overline{f_R} f_L) - V_{\text{scalar}},\end{aligned}\tag{4.3}$$

siendo  $y_\Delta^i, y_\Omega^i$  los acoplamientos de Yukawa y estos acoplamientos poseen una fase CP, cada una diferente de la otra.

Los fermiones del lagrangiano vienen por la expresión  $f_{L,R}^T = \begin{pmatrix} f_{L,R}^+ & f_{L,R}^0 \end{pmatrix}$  y se les denomina «Fermiones tipo vectores». Este nombre esta relacionado con su

quiralidad y como estas transforman de manera indistinguible, lo que tiene como consecuencia que su masa no este acotada por ninguna restricción asociada al mecanismo de Higgs, al no ser proporcional al  $vev$  del Higgs pueden tomar valores más grandes. Los campos con isospín tipo 'up' del doblete están cargados con  $Q = 1$  y los 'down' son neutrales, su forma es:  $f = f_L + f_R = \begin{pmatrix} f^+ \\ f^0 \end{pmatrix}$ .

A continuación se arma el sector cinético.

Para los *vector-like fermions*:

$$\mathcal{L}_{fkin} = i\overline{f_{L,R}}\gamma^\mu(\partial_\mu + iY\frac{g_1}{2}B_\mu + i\tau_k\frac{g_2}{2}W_{\mu k})f_{L,R} = i\overline{\psi_1}\gamma^\mu D_\mu\psi_1, \quad (4.4)$$

siendo  $\psi_1$ :

$$\psi_1 = f_{L,R} = \begin{pmatrix} f_{L,R}^+ \\ f_{L,R}^0 \end{pmatrix}, \quad (4.5)$$

el término covariante del triplete  $\Delta$  es:

$$D_\mu\Delta = \partial_\mu\Delta - ig_1[\frac{\tau_a}{2}W_\mu^a, \Delta] - g_2B_\mu\Delta, \quad (4.6)$$

y para el triplete  $\Omega$ :

$$D_\mu\Omega = \partial_\mu\Omega - ig_1[\frac{\tau_a}{2}W_\mu^a, \Omega]. \quad (4.7)$$

El término cinético completo queda:

$$\mathcal{L}_{kin} = \frac{1}{4}Tr[(D_\mu\Omega)^\dagger(D^\mu\Omega)] + \frac{1}{2}Tr[(D_\mu\Delta)^\dagger(D^\mu\Delta)] + \mathcal{L}_{fkin}. \quad (4.8)$$

El potencial escalar invariante de gauge, con una fase de violación CP acompañando al término con Hermítico conjugado, y una constante  $\kappa$ :

$$\begin{aligned} V_{\text{scalar}} = & -\mu_h^2|H|^2 + \lambda_h|H|^4 + \frac{m_\Delta^2}{2}\text{Tr}[\Delta^\dagger\Delta] + \frac{\lambda_\Delta}{4}\text{Tr}[\Delta^\dagger\Delta\Delta^\dagger\Delta] + \frac{\lambda'_\Delta}{4}\text{Tr}[\Delta^\dagger\Delta]^2 \\ & + \frac{m_\Omega^2}{4}\text{Tr}[\Omega^\dagger\Omega] + \frac{\lambda_\Omega}{16}\text{Tr}[\Omega^\dagger\Omega]^2 + \frac{1}{8}\lambda_{\Delta\Omega}\text{Tr}[\Delta^\dagger\Delta]\text{Tr}[\Omega^\dagger\Omega] \\ & + \frac{1}{2}\lambda_{H\Delta}H^\dagger\Delta\Delta^\dagger H + \frac{1}{2}\lambda'_{H\Delta}\text{Tr}[\Delta^\dagger\Delta]H^\dagger H + \frac{1}{2}\lambda_{H\Omega}H^\dagger\Omega\Omega^\dagger H \\ & + \frac{1}{4}\kappa e^{i\theta}\left(H^T\tilde{\Delta}\Omega H + \text{h.c.}\right). \end{aligned} \quad (4.9)$$

Con  $\tilde{\Delta} = i\tau_2\Delta^\dagger$ .

| Campo              | $L_i$    | $f_L$    | $f_R$    | $\Delta$ | $\Omega$ | $H$      |
|--------------------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| Spin               | 1/2      | 1/2      | 1/2      | 0        | 0        | 0        |
| Quiralidad         | L        | L        | R        | -        | -        | -        |
| $\mathbf{SU}(2)_L$ | <b>2</b> | <b>2</b> | <b>2</b> | <b>3</b> | <b>3</b> | <b>2</b> |
| $\mathbf{U}(1)_Y$  | -1/2     | 1/2      | 1/2      | 1        | 0        | 1/2      |
| $\mathbb{Z}_2$     | +1       | -1       | -1       | -1       | -1       | +1       |

Tabla 4.1: Transformaciones ante simetría electrodébil más  $\mathbb{Z}_2$ 

### 4.2.1. Partículas

El contenido de partículas del modelo se define en la tabla 4.1, donde  $\mathbb{Z}_2$  toma relevancia protegiendo a las partículas del modelo.

## 4.3. Ecuaciones de Tadpole

Con la ayuda del software *Wolfram MATHEMATICA* [31] se hicieron los cálculos del modelo acerca de; el tipo de rotaciones compatibles con los autoestados de masa, el comportamiento del potencial escalar en la base de masas y en la base de gauge.

El único campo con valor de expectación del vacío es el Higgs y en el mínimo del potencial la ecuación de Tadpole corresponde a:

$$\frac{\partial V_{scalar}}{\partial h} = v_h^3 \lambda_H - v_h \mu_h^2 = 0 \rightarrow \mu_H^2 = v_h^2 \lambda_H. \quad (4.10)$$

Donde el valor  $\mu_H^2$ , se reemplazó en el potencial escalar y todos los demás campos no adquieren *vev*. Esto tuvo particular relevancia en el momento de calcular los términos de masa. Por otra parte, los términos masivos  $m_\Delta^2$  y  $m_\Omega^2$  fueron reparametrizados de tal forma que dependieran del *vev* del Higgs:

$$m_\Delta^2 \rightarrow \frac{v_h^2 \alpha_\Delta}{2}, \quad (4.11)$$

$$m_\Omega^2 \rightarrow \frac{v_h^2 \alpha_\Omega}{2}. \quad (4.12)$$

A este punto ya se puede escribir la matriz de masa, que viene de acuerdo a la segunda derivada parcial del potencial escalar respecto a los campos neutrales y

cargados en su respectiva base de gauge.

## 4.4. Rotaciones y campos de gauge cero

Antes de ir al calculo, hagamos notar que la base de masa genera a las partículas en la base de gauge a través de rotaciones que vienen en las siguientes formas:

$$\text{Neutrales} \rightarrow \begin{pmatrix} \Omega_R^0 \\ \Delta_R^0 \\ \Delta_I^0 \end{pmatrix} = U_0 \begin{pmatrix} S_{01} \\ S_{02} \\ S_{03} \end{pmatrix},$$

$$\text{Cargados Positivamente} \rightarrow \begin{pmatrix} \Omega^+ \\ \Delta^+ \end{pmatrix} = U_1 \begin{pmatrix} S_1^+ \\ S_2^+ \end{pmatrix},$$

$$\text{Cargados Negativamente} \rightarrow \begin{pmatrix} \Omega^- \\ \Delta^- \end{pmatrix} = U_1^* \begin{pmatrix} S_1^- \\ S_2^- \end{pmatrix}.$$

Los doblemente cargados son iguales tanto en su base de masas como en la de gauge,  $\Delta^{++} \rightarrow S^{++}$ ,  $\Delta^{--} \rightarrow S^{--}$ .

Para hallar los autoestados de masa, se debe diagonalizar cada matriz de masa y extraerle la raíz cuadrada. Tales diagonalizaciones vienen de las rotaciones de matrices unitarias vistas anteriormente; una para los campos neutrales y otra para los cargados:

$$U_0 U_0^\dagger = \mathbb{1}, U_1 U_1^\dagger = \mathbb{1}. \quad (4.13)$$

Al ser el campo Higgs el único con el valor de expectación del vacío no nulo, todos los demás campos en la base gauge luego de la ruptura espontánea de simetría serán nulos:

$$\begin{aligned} \text{Fields - gauge} = \Omega_R^0 &\rightarrow 0, \Omega^+ \rightarrow 0, \Omega^- \rightarrow 0, \Delta^+ \rightarrow 0, \\ \Delta^{++} &\rightarrow 0, \Delta_R^0 \rightarrow 0, \Delta_I^0 \rightarrow 0, \\ \Delta^- &\rightarrow 0, \Delta^{--} \rightarrow 0, \phi^+ \xrightarrow{0}, h \rightarrow 0. \end{aligned} \quad (4.14)$$

## 4.5. Masas de escalares neutrales

La matriz de masa en la base de gauge se calcula de acuerdo a:

$$\mathcal{M}_{i,j}^2 = \left. \frac{\partial^2 V_{scalar}}{\partial \phi_i \partial \phi_j} \right|_{F-gauge \rightarrow 0}, \quad (4.15)$$

con  $\phi_i, \phi_j$  los escalares neutrales  $\phi_i, \phi_j = \Omega_R^0, \Delta_R^0, \Delta_I^0$ , calculando se haya:

$$\mathcal{M}_0^2 = \frac{v_h^2}{2} \begin{pmatrix} \alpha_\Omega + \lambda_{H\Omega} & \frac{\kappa}{2} \cos(\theta) & \frac{\kappa}{2} \sin \theta \\ \frac{\kappa}{2} \cos(\theta) & \alpha_\Delta + \lambda_{H\Delta} + \lambda'_{H\Delta} & 0 \\ \frac{\kappa}{2} \sin \theta & 0 & \alpha_\Delta + \lambda_{H\Delta} + \lambda'_{H\Delta} \end{pmatrix} \quad (4.16)$$

Para facilitar el álgebra, ganar claridad sobre el tipo de diagonalizaciones y sobre sus autoestados de masa calculados en el software MATHEMATICA [31], se dividió por el *vev* del Higgs al cuadrado medios  $\frac{v_h^2}{2}$  (en la matriz de masa, con  $v_h \rightarrow 246,22$  GeV [32]) y se utilizó la siguiente parametrización en el sector de escalares neutrales:

- $A_0 \rightarrow \alpha_\Omega + \lambda_{H\Omega}$ ,
- $B_0 \rightarrow \frac{\kappa}{2}$ ,
- $C_0 \rightarrow \alpha_\Delta + \lambda_{H\Delta} + \lambda'_{H\Delta}$ ,

Reescribiendo la matriz con los cambios:

$$\mathcal{M}_0^2 = \begin{pmatrix} A_0 & \cos \theta B_0 & \sin \theta B_0 \\ \cos \theta B_0 & C_0 & 0 \\ \sin \theta B_0 & 0 & C_0 \end{pmatrix}, \quad (4.17)$$

sobre la expresión (4.17) se construye la diagonalización. Ahora corresponde armar la rotación  $U_0$  unitaria, que transforma de la base de masa a la de gauge.

### 4.5.1. Armando $U_0$

Los parámetros;  $sk_0, sk_1, sk_2$  y  $sk_3$  sirven para regular la unitariedad de la matriz de rotación, específicamente que esta se cumpla, además que la posición en que

emerjan los autoestados de masa del modelo respeten un ordenamiento de tal forma que el candidato a MO sea el más ligero, y a su vez para introducir una dependencia del ángulo  $\theta$  que permite la violación de fase CP, sus valores vienen dados por:

- $sk_0 = -\frac{|\sin(\theta)| |\cos(\theta)|}{\cos(\theta) \sin(\theta)},$
- $sk_1 = 1,$
- $sk_2 = \frac{\cos(\theta)}{|\cos(\theta)|},$
- $sk_3 = \frac{\cos(\theta)}{|\cos(\theta)|}.$

Implica tres rotaciones consecutivas, agrupadas en una sola. El primer set de entradas, es una transformación en torno al campo de masas  $S_{01}$ :

$$R_0 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \sqrt{\frac{1+sk_1\psi_0}{2}} & sk_0\sqrt{\frac{1-sk_1\psi_0}{2}} \\ 0 & -sk_0\sqrt{\frac{1-sk_1\psi_0}{2}} & \sqrt{\frac{1+sk_1\psi_0}{2}} \end{pmatrix} \quad (4.18)$$

Esta rotación es unitaria por si sola,  $R_0 R_0^\dagger = \mathbb{1}$ , sin embargo hay que hacerla actuar sobre la matriz de masas neutral,  $R_0 \mathcal{M}_0^2 R_0^\dagger$ .

Diagonaliza haciendo cero las componentes  $N_{23}$  Y  $N_{32}$ , pero el resto la estructura no queda diagonal:

$$R_0^\dagger \mathcal{M}_0^2 R_0 = \begin{pmatrix} N_{11} & N_{12} & N_{13} \\ N_{21} & N_{22} & N_{23} \\ N_{31} & N_{32} & N_{33} \end{pmatrix} \quad (4.19)$$

Donde las entradas correspondientes son (reaparece el *vev* del Higgs ya que no

entorpece los cálculos posteriores):

$$N_{11} = \frac{A_0 v_h^2}{2}, \quad (4.20)$$

$$N_{12} = \frac{B_0 v_h^2 (\sqrt{1 + sk_1 \psi_0} \cos \theta - sk_0 \sqrt{1 - sk_1 \psi_0} \sin \theta)}{2\sqrt{2}}, \quad (4.21)$$

$$N_{13} = \frac{B_0 v_h^2 (sk_0 \sqrt{1 - sk_1 \psi_0} \cos \theta + \sqrt{1 + sk_1 \psi_0} \sin \theta)}{2\sqrt{2}}, \quad (4.22)$$

$$N_{21} = B_0 v_h^2 \frac{(\sqrt{1 + sk_1 \psi_0} \cos \theta - sk_0 \sqrt{1 - sk_1 \psi_0} \sin \theta)}{2\sqrt{2}}, \quad (4.23)$$

$$N_{22} = N_{31} = \frac{C_0 v_h^2}{2}, \quad (4.24)$$

$$N_{23} = N_{32} = 0, \quad (4.25)$$

$$N_{31} = \frac{B_0 v_h^2 (sk_0 \sqrt{1 - sk_1 \psi_0} \cos \theta + \sqrt{1 + sk_1 \psi_0} \sin \theta)}{2\sqrt{2}}. \quad (4.26)$$

Igualando a cero la componente (4.26), se encuentra una relación explícita entre el ángulo de la fase CP y el parámetro  $sk_1$ , el cual queda libre de restricciones excepto cuando es cero:

$$\psi_0 = \frac{\cos 2\theta}{sk_1} \quad (4.27)$$

Reemplazando  $\psi_0$ ,  $sk_0$  y fijando  $sk_1 = 1$ , se obtiene la matriz de masas parcialmente diagonalizada:

$$\mathcal{M}_{01}^2 = \begin{pmatrix} \frac{A_0 v_h^2}{2} & \frac{B_0 v_h^2 |\cos \theta|}{2 \cos \theta} & 0 \\ \frac{B_0^2 v_h^2 |\cos \theta|}{2 \cos \theta} & \frac{C_0^2 v_h^2}{2} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{C_0 v_h^2}{2} \end{pmatrix}, \quad (4.28)$$

ahora existe una transformación, que por cierto también es unitaria  $R_1^\dagger R_1 = 1$ , entorno al campo de masas  $S_{03}$  de acuerdo a:

$$R_1 = \begin{pmatrix} \sqrt{\frac{1 + sk_3 \psi_1}{2}} & sk_2 \sqrt{\frac{1 - sk_3 \psi_1}{2}} & 0 \\ -sk_2 \sqrt{\frac{1 - sk_3 \psi_1}{2}} & \sqrt{\frac{1 + sk_3 \psi_1}{2}} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad (4.29)$$

luego, la expresión a trabajar es la parcialmente diagonalizada  $\mathcal{M}_{01}^2$ . Aplicando entonces,  $R_1^\dagger \mathcal{M}_{01}^2 R_1$ :

$$R_1^\dagger \mathcal{M}_{01}^2 R_1 = \begin{pmatrix} P_{11} & P_{12} & P_{13} \\ P_{21} & P_{22} & P_{23} \\ P_{31} & P_{32} & P_{33} \end{pmatrix}, \quad (4.30)$$

donde:

$$P_{11} = \frac{v_h^2}{4} (A_0 + C_0 (A_0 - C_0) sk_3 \psi_1 - 2B_0 sk_2 \sqrt{1 - \psi_1^2} \frac{|\cos \theta|}{\cos \theta}) \quad (4.31)$$

$$P_{12} = \frac{v_h^2}{4} ((A_0 - C_0) sk_2 \sqrt{1 - \psi_1^2} + 2B_0 sk_3 \psi_1 \frac{|\cos \theta|}{\cos \theta}) \quad (4.32)$$

$$P_{13} = P_{23} = P_{31} = P_{32} = 0 \quad (4.33)$$

$$P_{21} = \frac{v_h^2}{4} ((A_0 - C_0) sk_2 \sqrt{1 - \psi_1^2} + 2B_0 sk_3 \psi_1 \frac{|\cos \theta|}{\cos \theta}) \quad (4.34)$$

$$P_{22} = \frac{v_h^2}{4} (A_0 + C_0 - A_0 sk_3 \psi_1 + C_0 sk_3 \psi_1 + 2B_0 sk_2 \sqrt{1 - \psi_1^2} \frac{|\cos \theta|}{\cos \theta}) \quad (4.35)$$

$$P_{33} = \frac{C_0 v_h^2}{2} \quad (4.36)$$

Similarmente al caso anterior igualamos a cero un término fuera de la diagonal la posición (4.32), por ejemplo, y despejando para  $\psi_1$ :

$$\psi_1 = \frac{(-A_0 + C_0) sk_2}{\sqrt{4B_0^2 + (A_0 - C_0)^2}} \quad (4.37)$$

Nuevamente haciendo los reemplazos correspondientes de  $\psi_1$ ,  $sk_2$  y  $sk_3$  sobre (4.30), se reduce a la matriz diagonal con las entradas fuera de orden:

$$\begin{pmatrix} \frac{v_h^2}{4} (A_0 + C_0 - \sqrt{4B_0^2 + (A_0 - C_0)^2}) & 0 & 0 \\ 0 & \frac{v_h^2}{4} (A_0 + C_0 + \sqrt{4B_0^2 + (A_0 - C_0)^2}) & 0 \\ 0 & 0 & \frac{C_0 v_h^2}{2} \end{pmatrix}. \quad (4.38)$$

Esta matriz ya está diagonal, solo resulta que existe una condición extra sobre las soluciones, que siempre se cumple:

$$\frac{C_0 v_h^2}{2} < \frac{v_h^2}{4} (A_0 + C_0 + \sqrt{4B_0^2 + (A_0 - C_0)^2}), \quad (4.39)$$

es debido a ello que solo basta introducir una última transformación que actúa sobre los ejes de los autoestados de masa de los campos  $S_{02}$  y  $S_{03}$ :

$$R_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad (4.40)$$

$R_2$  es una transformación unitaria,  $R_2^\dagger R_2 = \mathbb{1}$ .

Aplicando la operación  $R_2$  sobre (4.38), notamos que finalmente los autoestados de masa quedaron completamente ordenados, con las masas de menor a mayor:

$$M_0^2 = \begin{pmatrix} \frac{v_h^2}{4}(A_0 + C_0 - \sqrt{4B_0^2 + (A_0 - C_0)^2}) & 0 & 0 \\ 0 & \frac{C_0 v_h^2}{2} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{v_h^2}{4}(A_0 + C_0 + \sqrt{4B_0^2 + (A_0 - C_0)^2}) \end{pmatrix} \quad (4.41)$$

Las tres rotaciones expuestas conforman una sola, que además también es unitaria y corresponde a  $U_0$ :

$$(R_0 R_1 R_2)^\dagger (R_0 R_1 R_2) = U_0^\dagger U_0 = \mathbb{1}. \quad (4.42)$$

Concatenando todas las rotaciones, se escribe  $U_0$ :

$$U_0 = \begin{pmatrix} \frac{\sqrt{1+sk_3\psi_{01}}}{2} & 0 & \frac{sk_2\sqrt{1-sk_3\psi_{01}}}{2} \\ \frac{-1}{2}sk_2\sqrt{(1+sk_1\psi_0)(1-sk_3\psi_{01})} & \frac{sk_0\sqrt{1-sk_1\psi_0}}{2} & \frac{1}{2}\sqrt{(1+sk_1\psi_0)(1+sk_3\psi_{01})} \\ \frac{1}{2}sk_0sk_2\sqrt{(-1+sk_1\psi_0)(-1+sk_3\psi_{01})} & \frac{1+sk_1\psi_0}{2} & -\frac{1}{2}sk_0\sqrt{(1-sk_1\psi_0)(1+sk_3\psi_{01})} \end{pmatrix} \quad (4.43)$$

Las soluciones masivas son:

$$m_{S_{01}}^2 = \frac{v_h^2}{4}[A_0 + C_0 - \sqrt{4B_0^2 + (A_0 - C_0)^2}], \quad (4.44)$$

$$m_{S_{02}}^2 = \frac{C_0 v_h^2}{2}, \quad (4.45)$$

$$m_{S_{03}}^2 = \frac{v_h^2}{4}[A_0 + C_0 + \sqrt{4B_0^2 + (A_0 - C_0)^2}]. \quad (4.46)$$

El escalar neutral más ligero  $m_{S_{01}}$ , es el candidato a materia oscura y se debe garantizar que su masa siempre sea la menor de todas las demás partículas de este

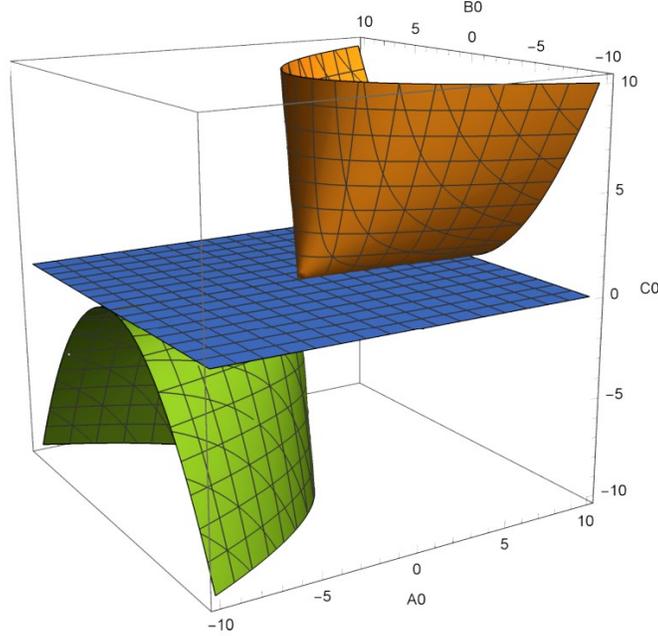


Figura 4.1: En verde  $m_{S01}^2$ , el plano azul corresponde a  $m_{S02}^2$  y en naranja  $m_{S03}^2$ . Las soluciones algebraicas llegan a rangos diferentes en el espacio de  $A_0$ ,  $B_0$  y  $C_0$ .

modelo.

En Fig.4.1 las soluciones  $m_{S01}^2$  y  $m_{S03}^2$  jamas se «tocan» y se separan por el plano de soluciones de  $m_{S02}^2$ .

## 4.6. Masas de escalares cargados $Q = 1$

La matriz de masa en la base de gauge viene por:

$$\mathcal{M}_{k,l}^2 = \left. \frac{\partial^2 V_{scalar}}{\partial \phi_k \partial \phi_l} \right|_{F-gauge \rightarrow 0}, \quad (4.47)$$

con  $\phi_k = \Omega^-, \Delta^-$  y  $\phi_l = \Omega^+, \Delta^+$  se obtiene:

$$\mathcal{M}_{\pm}^2 = \begin{pmatrix} \alpha_{\Omega} + \lambda_{H\Omega} & -\frac{e^{i\theta} \kappa}{2\sqrt{2}} \\ -\frac{e^{-i\theta} \kappa}{2\sqrt{2}} & \frac{1}{2}(2\alpha_{\Delta} + \lambda_{H\Delta} + 2\lambda'_{H\Delta}) \end{pmatrix} \quad (4.48)$$

Por las mismas razones que en la sección de escalares neutrales (4.5) se divide por  $\frac{v_h^2}{2}$  (en la matriz de masa) y se utilizan los reemplazos siguientes, para la matriz de escalares cargados:

- $D_0 \rightarrow \alpha_\Omega + \lambda_{H\Omega}$ ,
- $E_0 \rightarrow \frac{\kappa}{2\sqrt{2}}$ ,
- $F_0 \rightarrow \frac{2\alpha_\Delta + \lambda_{H\Delta} + 2\lambda'_{H\Delta}}{2}$ .

Reemplazando en (4.48) se simplifica a:

$$\mathcal{M}_\pm^2 = \begin{pmatrix} D_0 & -e^{i\theta} E_0 \\ -e^{-i\theta} E_0 & F_0 \end{pmatrix} \quad (4.49)$$

Sobre la matriz anterior se hace el trabajo de diagonalización.

#### 4.6.1. Armando $U_1$

En este caso es más directo y se utiliza la parametrización:

$$U_1 = \begin{pmatrix} \sqrt{\frac{(1+\psi_c)}{2}} & -e^{i\theta} \sqrt{\frac{(1-\psi_c)}{2}} \\ e^{-i\theta} \sqrt{\frac{(1-\psi_c)}{2}} & \sqrt{\frac{(1+\psi_c)}{2}} \end{pmatrix}. \quad (4.50)$$

La matriz  $U_1$  no es Hermítica y para las partículas cargadas negativamente se utiliza la rotación  $U_1^*$  que es:

$$U_1^* = \begin{pmatrix} \sqrt{\frac{(1+\psi_c)}{2}} & -e^{-i\theta} \sqrt{\frac{(1-\psi_c)}{2}} \\ e^{i\theta} \sqrt{\frac{(1-\psi_c)}{2}} & \sqrt{\frac{(1+\psi_c)}{2}} \end{pmatrix}. \quad (4.51)$$

Aplicando las rotaciones sobre las matrices de masa se obtienen expresiones que ayudan a diagonalizar hallando el valor del parámetro  $\psi_c$ , en la matriz cargada, en las posiciones (4.54) y (4.55) :

$$U_1 \mathcal{M}_1^2 U_1^\dagger = \begin{pmatrix} M_{11} & M_{12} \\ M_{21} & M_{22} \end{pmatrix} \quad (4.52)$$

Los valores de cada entrada correspondiente son:

$$M_{11} = \frac{1}{2}(D_0 + F_0 + D_0\psi_c - F_0\psi_c - 2E_0\sqrt{1 - \psi_c^2} \cos 2\theta), \quad (4.53)$$

$$M_{12} = -\frac{1}{2}e^{-i\theta}[(D_0 - F_0)\sqrt{1 - \psi_c^2}] + 2E_0\psi_c \cos 2\theta + 2iE_0 \sin 2\theta, \quad (4.54)$$

$$M_{21} = \frac{1}{2}e^{i\theta}[(-D_0 + F_0)\sqrt{1 - \psi_c^2} - 2E_0\psi_c \cos 2\theta + 2iE_0 \sin 2\theta], \quad (4.55)$$

$$M_{22} = \frac{1}{2}(D_0 + F_0 - D_0\psi_c + F_0\psi_c + 2E_0\sqrt{1 - \psi_c^2} \cos 2\theta). \quad (4.56)$$

Se sabe que una matriz diagonal debe tener ceros en la antidiagonal, se saca provecho de esto para hallar una expresión de  $\psi_c$  de tal forma que deje siempre ceros en las posiciones  $M_{12}$  y  $M_{21}$ , haciendo  $M_{12} = 0$  y despejando para  $\psi_c$ , se halla:

$$\psi_c = \frac{-D_0 + F_0}{\sqrt{(D_0 - F_0)^2 + 4E_0^2}}, \quad (4.57)$$

en esta parametrización nos hemos asegurado que siempre obtendremos una matriz diagonal de la forma:  $M_{1diag}^2 = \begin{pmatrix} M_{11}^2 & 0 \\ 0 & M_{22}^2 \end{pmatrix} = U_1 \mathcal{M}_1^2 U_1^\dagger$ .

Para hallar los autoestados de masa cargados, solo basta reemplazar en (6.8):

$$M_1^2 = \begin{pmatrix} \frac{D_0 + F_0 - \sqrt{4E_0^2 + (D_0 - F_0)^2}}{2} & 0 \\ 0 & \frac{D_0 + F_0 + \sqrt{4E_0^2 + (D_0 - F_0)^2}}{2} \end{pmatrix} \quad (4.58)$$

En la imagen Fig.4.2 se exhibe el comportamiento de los autoestados de masa algebraicos en el espacio de parámetros. Escribiendo los autoestados de masas cargados respectivamente:

$$m_{S1}^2 = \frac{v_h^2}{2} \frac{D_0 + F_0 - \sqrt{4E_0^2 + (D_0 - F_0)^2}}{2}, \quad (4.59)$$

$$m_{S2}^2 = \frac{v_h^2}{2} \frac{D_0 + F_0 + \sqrt{4E_0^2 + (D_0 - F_0)^2}}{2}. \quad (4.60)$$

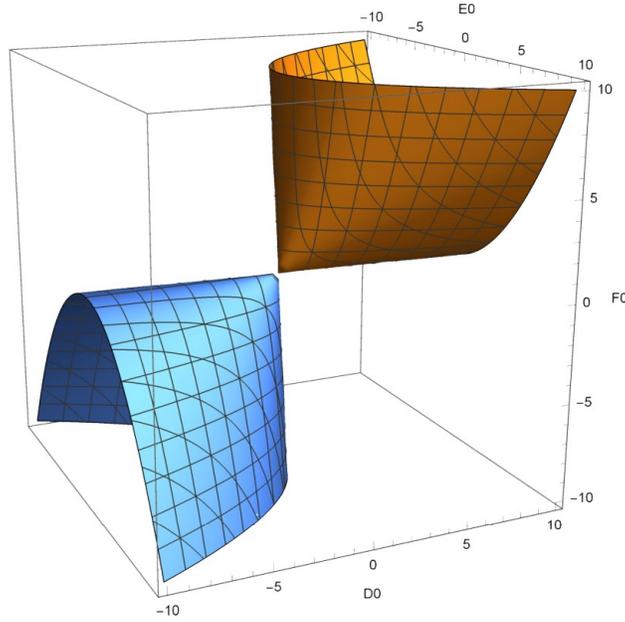


Figura 4.2: Soluciones  $m_{S1}^2$  y  $m_{S2}^2$ . Visualmente se corrobora que las soluciones algebraicas poseen diferentes alcances en el espacio de  $D_0$ ,  $E_0$  y  $F_0$

## 4.7. Masas de escalares doblemente cargados $Q = 2$

Al transformar de igual forma tanto en la base de gauge como en la de masas, este sector es mucho más simple de trabajar ya que no involucra utilizar alguna otra configuración, y el calculo de masas es directo:

$$\mathcal{M}_{\pm\pm}^2 = \left. \frac{\partial^2 V_{scalar}}{\partial \Delta^{++} \partial \Delta^{--}} \right|_{F-gauge \rightarrow 0}, \quad (4.61)$$

Sin hacer ningún arreglo y con el *vev* del Higgs, queda:

$$\mathcal{M}_{\pm\pm}^2 = \frac{v_h^2}{2} (\lambda'_{H\Delta} + \alpha_\Delta). \quad (4.62)$$

Con la masa  $m_{\pm\pm} = \sqrt{\frac{v_h^2}{2} (\lambda'_{H\Delta} + \alpha_\Delta)}$ .

## 4.8. Condiciones para un Potencial acotado por abajo

Se han calculado las masas de las partículas del modelo a partir del potencial, ahora es necesario asegurar otros aspectos importantes para que los términos masivos sean consistentes con un lagrangiano bien definido.

Un requisito importante para que el potencial escalar sea estable es que haya certeza de cuales son sus máximos y mínimos globales, además es necesario que diverja positivamente en el infinito[33].

De no estar aseguradas estas condiciones se tendría un equilibrio inestable cuya implicación podría ser que decaigan las partículas del modelo.

Las expresiones de mayor orden son las que mas dominarán el comportamiento del potencial en valores grandes. Aquellas son los términos a la cuarta del Higgs. Entonces, las derivadas cuartas tanto en la base de gauge como en la de masas deben ser mayor que cero:

$$\left. \frac{\partial^4 V}{\partial S_i \partial S_j \partial S_k \partial S_l} \right|_{F-gauge \rightarrow 0} > 0 \quad (4.63)$$

Donde  $i, j, k, l$  simboliza cualquier combinación de campos eléctricamente neutral, y en una disposición tal que sea Hermítica

En la base de masas:

$$\frac{\partial^4 V}{\partial S_1^- \partial S_1^- \partial S_1^+ \partial S_1^+} = \frac{1}{2} \lambda_\Omega (1 + \psi_c)^2, \quad (4.64)$$

$$\frac{\partial^4 V}{\partial S_2^- \partial S_2^- \partial S_2^+ \partial S_2^+} = \frac{1}{2} \lambda_\Omega (1 - \psi_c)^2, \quad (4.65)$$

$$\frac{\partial^4 V}{\partial S_2^- \partial S_2^- \partial S_1^+ \partial S_1^+} + \frac{\partial^4 V}{\partial S_2^+ \partial S_2^+ \partial S_1^- \partial S_1^-} = -\lambda_\Omega (-1 + \psi_c^2) \cos 2\theta, \quad (4.66)$$

$$\frac{\partial^4 V}{\partial S_2^- \partial S_1^- \partial S_2^+ \partial S_1^+} = \frac{1}{2} \lambda_\Omega (1 - \psi_c)(1 + \psi_c) \quad (4.67)$$

$$\frac{\partial^4 V}{\partial S_{03} \partial S_{03} \partial S^{++} \partial S^{--}} = \frac{1}{2} (\lambda_{\Delta\Omega} - sk_3 \lambda_{\Delta\Omega} \psi_1^2 + 8\lambda'_\Delta (1 + sk_3 \psi_1)), \quad (4.68)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial^4 V}{\partial S_{01} \partial S_{03} \partial S_{03} \partial S_{01}} &= \frac{1}{2} [\lambda_{\Delta\Omega} + 3\lambda_\Omega + \lambda_{\Delta\Omega} \psi_1^2 - 3\lambda_\Delta (-1 + \psi_1^2) - 12\lambda'_\Delta (-1 + \psi_1^2) + \\ &+ \lambda_{\Delta\Omega} \sqrt{1 - 2sk_1 \psi_0 + \psi_0^2} (-1 + \psi_1^2) + \lambda_{\Delta\Omega} \sqrt{1 + 2sk_1 \psi_0 + \psi_0^2} (-1 + \psi_1^2)], \quad (4.69) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial^4 V}{\partial S_{01} \partial S^{++} \partial S^{--} \partial S_{03}} &= \frac{1}{2} sk_2 [\lambda_{\Delta\Omega} \sqrt{1 - \psi_1^2} - 4\lambda'_\Delta (\sqrt{(-1 + 2sk_1 \psi_0 - \psi_0^2)} (-1 + \psi_1^2) + \\ &+ \sqrt{-(1 + 2sk_1 \psi_0 + \psi_0^2)} (-1 + \psi_1^2))], \quad (4.70) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial^4 V}{\partial S_{02} \partial S_{03} \partial S_{02} \partial S_{03}} &= \frac{1}{2} (4\lambda_\Delta + 16\lambda'_\Delta + \lambda_{\Delta\Omega} - 2\lambda_\Delta \psi_0^2 - 8\lambda'_\Delta \psi_0^2 - sk_3 (\lambda_{\Delta\Omega} + \\ &+ 2\lambda_\Delta (-2 + \psi_0^2) + 8\lambda'_\Delta (-2 + \psi_0^2)) \psi_1 + 2(\lambda_\Delta + 4\lambda'_\Delta) (-1 + \psi_0^2) \sqrt{1 + 2sk_3 \psi_1^2 + \psi_1^2}), \quad (4.71) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial^4 V}{\partial S_{01} \partial S_{02} \partial S_{02} \partial S_{01}} &= \frac{1}{2} [4\lambda_\Delta + 16\lambda'_\Delta + \lambda_{\Delta\Omega} - 2\lambda_\Delta \psi_0^2 - 8\lambda'_\Delta \psi_0^2 + sk_3 (\lambda_{\Delta\Omega} + \\ &+ 2\lambda_\Delta (-2 + \psi_0^2) + 8\lambda'_\Delta (-2 + \psi_0^2)) \psi_1 + 2(\lambda_\Delta + 4\lambda'_\Delta) (-1 + \psi_0^2) \sqrt{1 - 2sk_3 \psi_1 + \psi_1^2}]. \quad (4.72) \end{aligned}$$

En la base de gauge:

$$\frac{\partial^4 V}{\partial \Delta^+ \partial \Delta^+ \partial \Delta^- \partial \Delta^-} = 2\lambda_\Delta + 16\lambda'_\Delta, \quad (4.73)$$

$$\frac{\partial^4 V}{\partial \Omega^+ \partial \Omega^- \partial \Omega^+ \partial \Omega^-} = 2\lambda_\Omega, \quad (4.74)$$

$$\frac{\partial^4 V}{\partial \Delta^{++} \partial \Delta^{--} \partial \Delta^{++} \partial \Delta^{--}} = 2\lambda_\Delta + 8\lambda'_\Delta. \quad (4.75)$$

Las condiciones anteriores, deben ser conservativas de la carga y mayores que cero siempre, así hay seguridad de que se tendrá un potencial estable divergente positivamente en infinito.

Por efectos radiativos[30, 33] los acoplamientos solo pueden tomar valores entre 0

|  |
|--|
| $m_{S01} = \sqrt{\frac{v_h^2}{4}(A_0 + C_0 - \sqrt{4B_0^2 + (A_0 - C_0)^2})} < m_{S-ij}$ |
| $m_{S01} < m_{S02} = \sqrt{\frac{C_0 v_h^2}{2}}$   |
| $m_{S01} < m_{S03} = \sqrt{\frac{v_h^2}{4}(A_0 + C_0 + \sqrt{4B_0^2 + (A_0 - C_0)^2})}$  |
| $m_{S01} < m_{S1} = \sqrt{\frac{D_0 + F_0 - \sqrt{4E_0^2 + (D_0 - F_0)^2}}{2}}$          |
| $m_{S01} < m_{S2} = \sqrt{\frac{D_0 + F_0 + \sqrt{4E_0^2 + (D_0 - F_0)^2}}{2}}$          |
| $m_{S01} < m_{S\pm\pm} = \sqrt{\frac{v_h^2}{2}\lambda_{H\Delta} + m_\Delta^2}$           |

Tabla 4.2: Orden de masas para respetar MO con  $\mathbb{Z}_2 = -1$ 

y  $\sqrt{4\pi} \rightarrow 0 \leq \lambda_{i,j} \leq \sqrt{4\pi}$ .

También es necesario fijar que la masa del escalar neutral ligero, que es el candidato a materia oscura, sea siempre la menor de todas, como en tabla 4.2.

## 4.9. Mapeo de las variables del modelo

Con las restricciones anteriores sobre los acoplamientos  $\lambda$ s, sobre el orden de las masas, y con la ayuda de PYTHON se puede crear un archivo para realizar un *scan* sobre el espacio de parámetros. Esto nos dará información sobre zonas prohibidas para los valores de la fase, los acoplamientos, las masas, también saldrá a la luz las posibles relaciones entre los distintos términos y como estos se podrían afectar mutuamente

### 4.9.1. LANHEP, PYTHON Y MICROMEAS

LANHEP [34] es un *software* que permite calcular las reglas de Feynman en términos de los campos físicos a partir del lagrangiano del nuevo modelo. Arroja cuatro archivos con extensión `-.mdl-` en donde se encuentran los vértices de los

procesos y las interacciones que los producen, también hay información de las partículas con los nombres que llevan en el código, su espín, su masa, el ancho de decaimiento, etc.

Por ejemplo, un fotón  $A$  y un  $W^+$  decayendo a un doblemente cargado  $S^+$  y una materia oscura  $S_{01}$ :

$$\begin{array}{ll}
 A \ |W^+ \ |\sim SQ11|\sim s01 \ |-EE^2/(2*SW) & |B00034*m1.m2+i*B00035*m1.m2 \\
 A \ |W^+ \ |\sim SQ11|\sim s02 \ |-EE^2/(2*SW) & |B00036*m1.m2+i*B00037*m1.m2 \\
 A \ |W^+ \ |\sim SQ11|\sim s03 \ |-EE^2/(2*SW) & |B00038*m1.m2+i*B00039*m1.m2
 \end{array}$$

A través del factor que depende de la constante de acoplamiento electromagnética y el seno de Weinberg, siendo los parámetros  $B000xx$  combinaciones de las rotaciones descritas en los incisos (4.5.1), (4.6.1).

LANHEP tiene la versatilidad de que «entiende» la notación tensorial, covariante o contravariante, de lo cual se pudo tomar ventaja para escribir el sector cinético de los tripletes del modelo. Considerando que tanto el triplete  $\Delta$  como  $\Omega$  tienen su base generadora en  $SU(2)$ , en consecuencia los generadores de grupo forman un álgebra de Lie (1.10), y los conmutadores de (4.6) y (4.8) se pudieron reducir utilizando la notación de índices repetidos, en el código LANHEP.

El lenguaje PYTHON junto a la biblioteca «Pandas» es utilizado para ajustar el espacio de parámetros con las restricciones impuestas en la sección (4.8). Se creó un código que obligue a que los argumentos de las raíces sean siempre positivos, que la masa del escalar  $S_{01}$  sea siempre la menor, que los acoplamientos estén en el rango radiativo, que las condiciones *bfb* (*bounded from below*) hagan al potencial escalar divergir positivamente en infinito, etc.

El código tiene como *output* todos los parámetros del modelo y los ordena con sus nombres en columnas en un archivo `-.csv-`. Para más detalles, ver apéndice(5.7).

El *software* MICROMEGAS [35], se encarga de calcular la densidad reliquia de materia oscura,  $\Omega_{DM}h^2$ , el ritmo de detección directa e indirecta, incluye todos los canales de aniquilación y coaniquilación del modelo. El programa asume que existe alguna simetría discreta,  $\mathbb{Z}_2$  en este caso, que mantiene la estabilidad de materia oscura.

Para la sección eficaz considera los eventos tanto de *spin dependent* como *spin independent*. En el caso de *spin dependent* un *WIMP* puede interactuar con un protón, por ejemplo con un núcleo de Xenón [36, 37].

Se creó una lista -.csv de un millón cien mil puntos. Con cincuenta mil puntos de prueba que salieron de PYTHON más las cuatro listas de LANHEP, se introdujeron como *input* en MICROMEGAS. A continuación se estudian los resultados.

## 4.10. Resultados

La masa de MO,  $m_{S01}$  contrastada con el ángulo de fase CP  $\theta$  en Fig.4.3, imprime restricciones fuertes en el rango entre  $(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})$ . Entre los valores  $(-\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4})$  se permiten ángulos, otro sector permitido es  $(\frac{3\pi}{4}, \pi)$  y  $(-\pi, -\frac{3\pi}{4})$ , el resto del espacio está prohibido.

De acuerdo a las mediciones de la colaboración Planck [3] se restringe el rango de densidad de reliquia de MO en la barra naranja de Fig.4.4.

La sección eficaz en Fig.4.5, presenta un sector medible que aún no está descartado en el cuadrante inferior izquierdo, mientras que en la sección superior derecha casi todos los puntos están descartados, de acuerdo a las mediciones de HESS y FERMI MAGIC [38, 39]. Aún se puede hacer un análisis más detallado para la sección superior derecha en los diferentes canales posibles, podría suceder que existan canales donde si «sobrevivan» puntos.

En el caso de sección eficaz *spin independent* en Fig.4.6 los puntos quedan descartados por «Xenon 1T» y «Lux-Zeplin».

### 4.10.1. Contribución a la materia oscura

El candidato a MO tiene tres fuentes distintas en la base de gauge y se puede verificar cuales son los términos neutrales que más lo afectan. De acuerdo a la rotación hallada  $U_0$ , se tiene que:

$$\begin{pmatrix} \Omega_R^0 \\ \Delta_R^0 \\ \Delta_I^0 \end{pmatrix} = U_0 \begin{pmatrix} S_{01} \\ S_{02} \\ S_{03} \end{pmatrix}, \quad (4.76)$$

Multiplicando por  $U_0^T$  por la izquierda, los campos masivos neutrales se expresan en la base de gauge y la relación se invierte:

$$U_0^T \begin{pmatrix} \Omega_R^0 \\ \Delta_R^0 \\ \Delta_I^0 \end{pmatrix} = U_0^T U_0 \begin{pmatrix} S_{01} \\ S_{02} \\ S_{03} \end{pmatrix}. \quad (4.77)$$

Con  $U_0^T U_0 = \mathbb{1}$  y más claramente se tiene:

$$\begin{pmatrix} S_{01} \\ S_{02} \\ S_{03} \end{pmatrix} = U_0^T \begin{pmatrix} \Omega_R^0 \\ \Delta_R^0 \\ \Delta_I^0 \end{pmatrix}, \quad (4.78)$$

haciendo la multiplicación matricial correspondiente nace la siguiente expresión para los escalares neutrales en términos de la base de gauge:

$$S_{01} = \frac{1}{2}[-sk_2\Delta_R^0\sqrt{(1+sk_1\psi_0)(1-sk_3\psi_{01})} + sk_0sk_2\Delta_I^0\sqrt{(-1+sk_1\psi_0)(-1+sk_3\psi_{01})} + \sqrt{2+2sk_3\psi_{01}}\Omega_R^0], \quad (4.79)$$

$$S_{02} = \frac{1}{\sqrt{2}}[sk_0\Delta_R^0\sqrt{1-sk_1\psi_0} + \Delta_I^0\sqrt{1+sk_1\psi_0}], \quad (4.80)$$

$$S_{03} = \frac{1}{2}[-sk_0\Delta_I^0\sqrt{(1-sk_1\psi_0)(1+sk_3\psi_{01})} + \Delta_R^0\sqrt{(1+sk_1\psi_0)(1+sk_3\psi_{01})} + sk_2\sqrt{2-2sk_3\psi_{01}}\Delta_R^0]. \quad (4.81)$$

El término que es objeto de estudio corresponde a  $S_{01}$ . En Fig.4.11, Fig.4.12, Fig.4.13 se observa que las mayores contribuciones a la masa de materia oscura provienen de  $\Omega_R^0$  y  $\Delta_R^0$ , mientras que el menor aporte es del escalar  $\Delta_I^0$ , el cual contribuye solo un  $\sim 70\%$ .

El *scan* sobre el espacio de parámetros en Fig.4.7, Fig.4.8, Fig.4.9 y Fig.4.10 otorga información acerca de que zonas empezar a descartar y cuales considerar aún más. Los espacios más vacíos no aportan demasiada fenomenología, mientras que los cuadrantes con puntos pero no «colapsados» de estos, se pueden llenar inclusive un poco más.

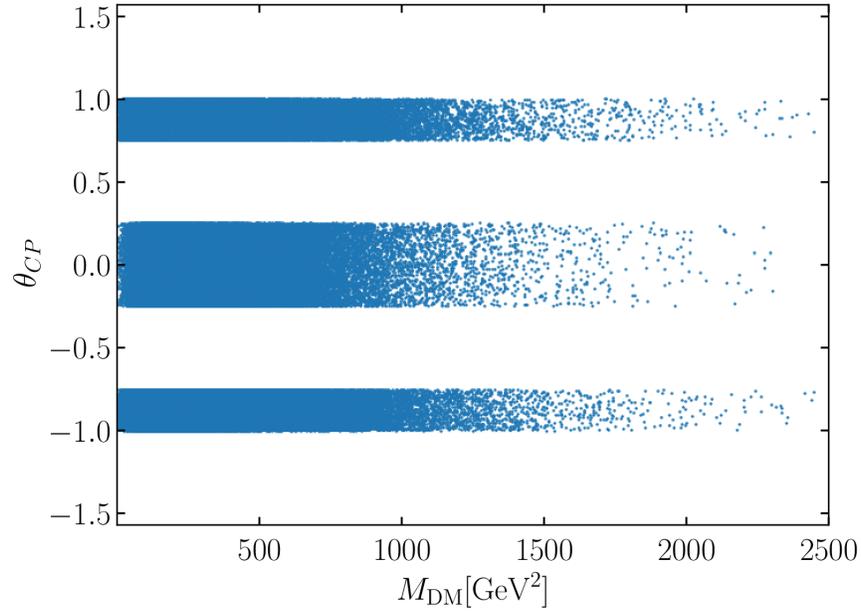


Figura 4.3: La fase CP vs la masa de  $M_{S01}$ . El ángulo de fase presenta fuertes restricciones de acuerdo a la masa de MO.

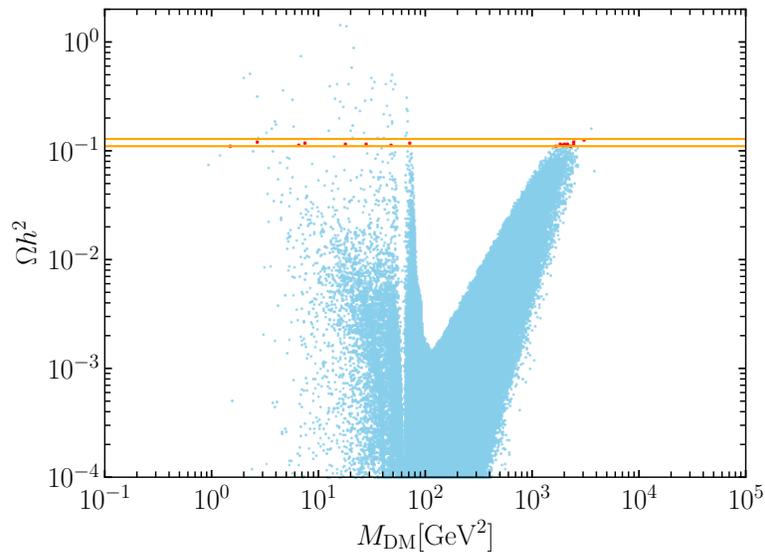


Figura 4.4:  $\Omega_{DM}h^2$  vs la masa  $m_{S01}$ . En rojo se observan los puntos que habitan la franja abundancia fósil adecuada, se espera eventualmente hacer más iteraciones en la zona más densa.

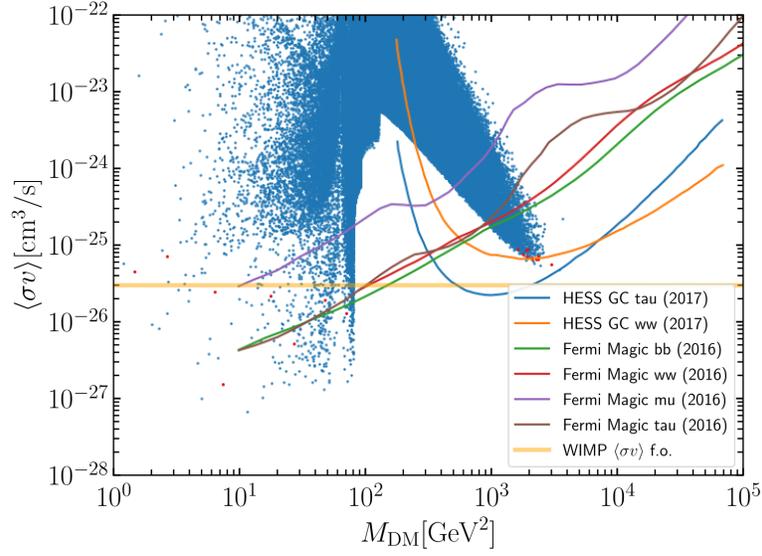


Figura 4.5:  $\langle\sigma v\rangle$  vs  $m_{S01}$ . Sección eficaz aparentemente descartada por curvas de exclusión, falta revisar canales en detalle.

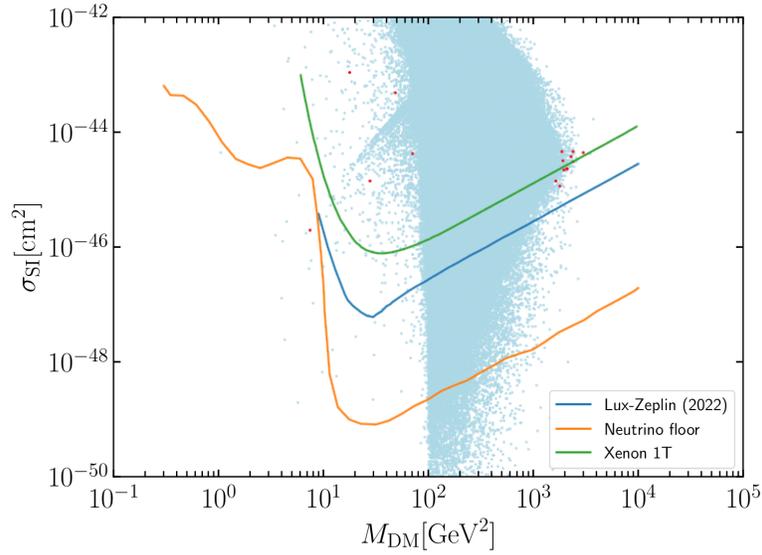


Figura 4.6:  $\sigma_{SI}$  vs  $m_{S01}$ . Puntos de Spin Independent descartados por Xenon 1T.

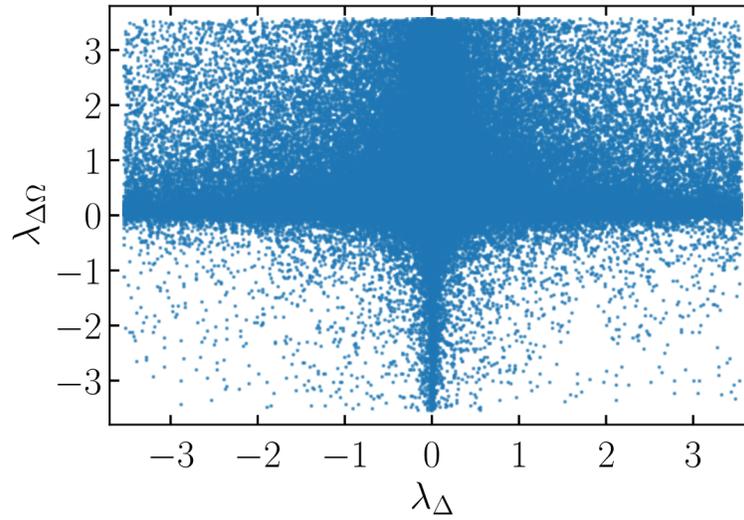


Figura 4.7:  $\lambda_{\Delta\Omega}$  vs  $\lambda_{\Delta}$ . Comportamiento en escala lineal. Se presenta una densidad aparentemente uniforme ante una simetría axial entorno al eje vertical.

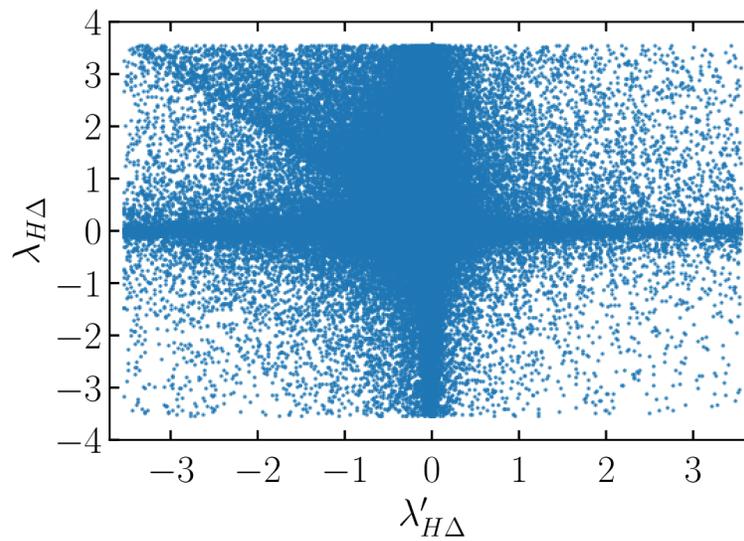


Figura 4.8:  $\lambda_{H\Delta}$  vs  $\lambda'_{H\Delta}$ . En escala lineal, preferencia de valores cercanos a los ejes y en la sección superior izquierda.

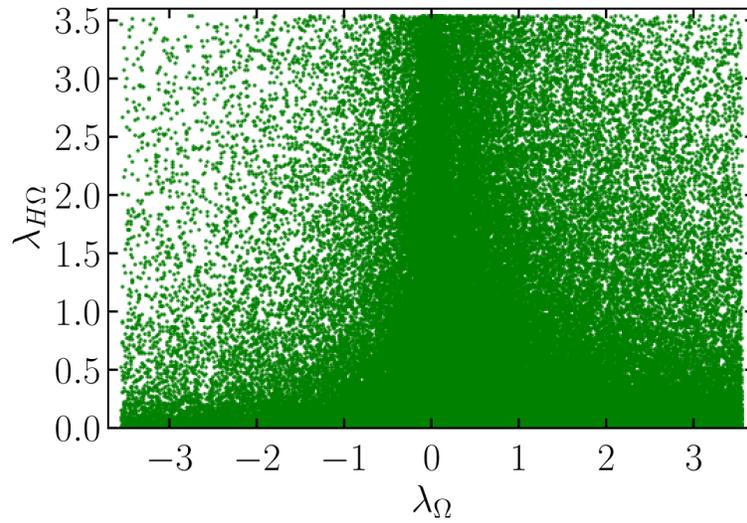


Figura 4.9:  $\lambda_{H\Omega}$  vs  $\lambda_{\Omega}$ . Entre los valores bajos y cercanos al eje vertical hay mayor densidad.

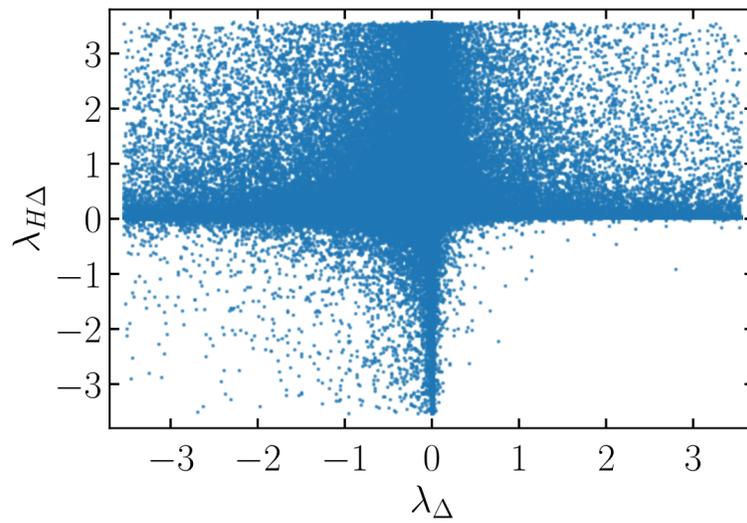


Figura 4.10:  $\lambda_{H\Delta}$  vs  $\lambda_{\Delta}$ . Existe una fuerte preferencia por los valores positivos y algunos en el tercer cuadrante inferior izquierdo.

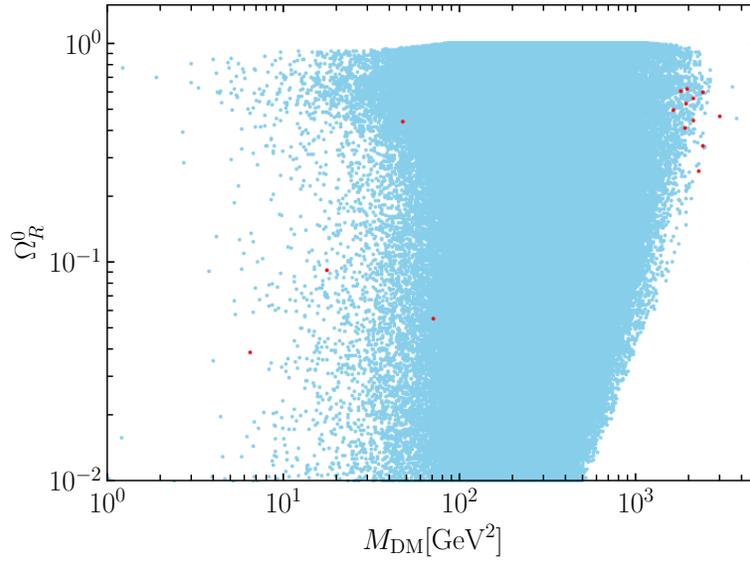


Figura 4.11: Escalar  $\Omega_R^0$  vs  $m_{S01}$ . Se observa en escala logarítmica la contribución a  $DM$  del escalar, con los puntos rojos siendo los valores permitidos en base a las restricciones vigentes.

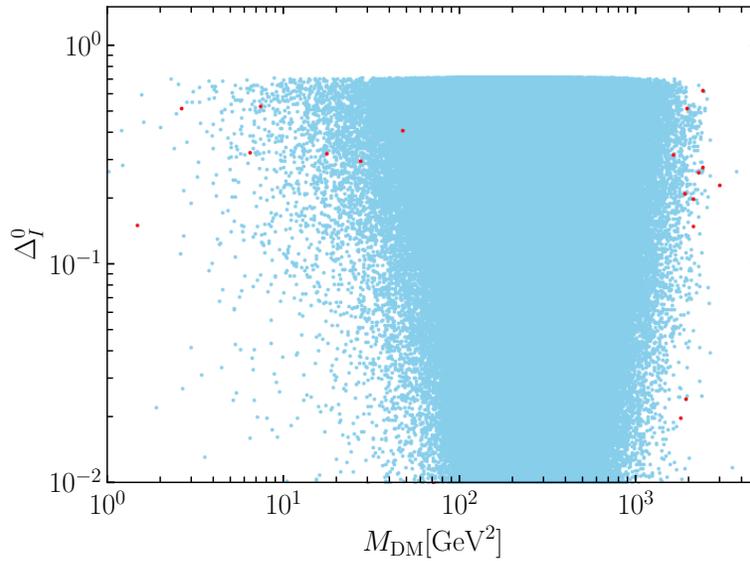


Figura 4.12: Escalar  $\Delta_I^0$  vs  $m_{S01}$ . También en escala logarítmica, existe un sector que no aporta cercano al eje vertical, mientras que en rojo aparecen los valores aceptados del modelo.

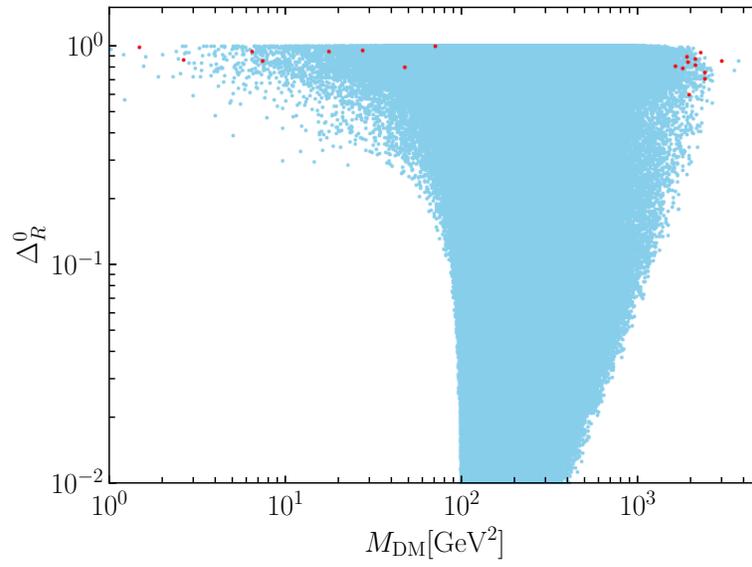


Figura 4.13: Escalar  $\Delta_R^0$  vs  $m_{S01}$ . Se exhibe un sector no contribuyente al principio. La densidad reliquia aceptada en valores azules.

# Capítulo 5

## Conclusiones

El modelo *scotogenico* trabajado es una construcción minimalista [2] ya que añade solo una simetría discreta, dos tripletes de  $SU(2)$  y dos dobletes fermiónicos, sin embargo es una herramienta bastante poderosa en el sentido de toda la fenomenología que conlleva.

Introducir fases complejas CP en la física más allá del modelo estándar es una posibilidad bastante prometedora, ya que al ser un fenómeno poco común pero presente [20, 21] da señales de que se pueda replicar en la escala electrodébil.

La extensión al Modelo Estándar propuesta, logró ser un mecanismo viable para postular un candidato a Materia Oscura. El cuál luego del quiebre de simetría electrodébil debe su composición a los escalares neutrales en la base de gauge;  $\Delta_R^0$ ,  $\Delta_I^0$  y  $\Omega_R^0$ .

En este modelo, al introducir una simetría discreta «oscura» logra acoplarse bien a los programas utilizados, que ya vienen diseñados con una configuración que admite simetrías discretas.

En el desarrollo de esta tesina, se logró adquirir familiaridad con los *softwares*, MATHEMATICA, PYTHON, LAMHHEP y MICROMEGAS. Cuyo uso fue esencial para hallar matrices unitarias diagonalizables, escribir el lagrangiano, restringir parámetros, calcular secciones eficaces y abundancia fósil.

Una vez halladas las matrices de masa, se logró inferir que transformaciones las diagonalizaban siempre. Con respecto a la fase compleja CP además de añadir fenomenología al modelo, agregó dependencias interesantes en las rotaciones unitarias, como los signos  $sk_j$  en las matrices neutrales ó el factor  $e^{i\theta}$  en la transformación asociada a los escalares cargados. También se hallaron condiciones entre los acoplamientos  $\lambda_{i,j}$  en el espacio de parámetros, lo que lleva a poder restringirlos aún más.

Por de pronto se tiene como objetivo darle continuidad a este trabajo específicamente en: acotar aún más el espacio de parámetros, evaluar más procesos en el rango cosmológico de abundancia fósil de materia oscura, implementar el mecanismo *See-Saw* radiativo tipo II para generar masas de neutrinos.

# Bibliografía

- [1] G. L. Kane, *MODERN ELEMENTARY PARTICLE PHYSICS*. Cambridge University Press, 2, 2017.
- [2] E. Ma, *Verifiable radiative seesaw mechanism of neutrino mass and dark matter*, *Phys. Rev. D* **73** (2006) 077301, [[hep-ph/0601225](#)].
- [3] PLANCK collaboration, N. Aghanim et al., *Planck 2018 results. VI. Cosmological parameters*, *Astron. Astrophys.* **641** (2020) A6, [[1807.06209](#)].
- [4] A. Zee, *Group theory in a nutshell for physicists*. 2016.
- [5] I. M. Ávila, G. Cottin and M. A. Díaz, *Revisiting the scotogenic model with scalar dark matter*, *J. Phys. G* **49** (2022) 065001, [[2108.05103](#)].
- [6] R. P. Feynman and M. Gell-Mann, *Theory of the fermi interaction*, *Phys. Rev.* **109** (Jan, 1958) 193–198.
- [7] J. C. Baez and J. Huerta, *The Algebra of Grand Unified Theories*, *Bull. Am. Math. Soc.* **47** (2010) 483–552, [[0904.1556](#)].
- [8] C. S. Wu, E. Ambler, R. W. Hayward, D. D. Hoppes and R. P. Hudson, *Experimental test of parity conservation in beta decay*, *Phys. Rev.* **105** (Feb, 1957) 1413–1415.
- [9] P. W. Higgs, *Broken Symmetries and the Masses of Gauge Bosons*, *Phys. Rev. Lett.* **13** (1964) 508–509.
- [10] T. Aoyama, M. Hayakawa, T. Kinoshita and M. Nio, *Tenth-Order QED Lepton Anomalous Magnetic Moment — Eighth-Order Vertices Containing a*

- Second-Order Vacuum Polarization*, *Phys. Rev. D* **85** (2012) 033007, [[1110.2826](#)].
- [11] M. D’Onofrio and K. Rummukainen, *Standard model cross-over on the lattice*, *Phys. Rev. D* **93** (2016) 025003, [[1508.07161](#)].
- [12] A. Sen, *Tachyon condensation on the brane anti-brane system*, *JHEP* **08** (1998) 012, [[hep-th/9805170](#)].
- [13] R. Mann, *An introduction to particle physics and the standard model*. 2010.
- [14] S. Weinberg, *A Model of Leptons*, *Phys. Rev. Lett.* **19** (1967) 1264–1266.
- [15] A. Salam and J. Ward, *Electromagnetic and weak interactions*, *Physics Letters* **13** (1964) 168–171.
- [16] S. L. Glashow, *The renormalizability of vector meson interactions*, *Nucl. Phys.* **10** (1959) 107–117.
- [17] W. Cottingham and D. Greenwood, *An introduction to the standard model of particle physics*. second ed., 2010.
- [18] N. Cabibbo, *Unitary Symmetry and Leptonic Decays*, *Phys. Rev. Lett.* **10** (1963) 531–533.
- [19] S. L. Glashow, J. Iliopoulos and L. Maiani, *Weak Interactions with Lepton-Hadron Symmetry*, *Phys. Rev. D* **2** (1970) 1285–1292.
- [20] T. D. Lee and C. S. Wu, *Weak Interactions: Decays of neutral K mesons*, *Ann. Rev. Nucl. Part. Sci.* **16** (1966) 511–590.
- [21] A. D. Sakharov, *Violation of CP Invariance, C asymmetry, and baryon asymmetry of the universe*, *Pisma Zh. Eksp. Teor. Fiz.* **5** (1967) 32–35.
- [22] C. Giunti and C. W. Kim, *Fundamentals of Neutrino Physics and Astrophysics*. 2007.
- [23] M. Lattanzi, R. A. Lineros and M. Taoso, *Connecting neutrino physics with dark matter*, *New J. Phys.* **16** (2014) 125012, [[1406.0004](#)].

- 
- [24] A. Melfo, M. Nemevsek, F. Nesti, G. Senjanovic and Y. Zhang, *Type II Seesaw at LHC: The Roadmap*, *Phys. Rev. D* **85** (2012) 055018, [[1108.4416](#)].
- [25] P.-H. Gu, H. Zhang and S. Zhou, *A minimal type ii seesaw model*, *Phys. Rev. D* **74** (2006) 076002, [[hep-ph/0606302](#)].
- [26] E. W. Kolb and M. S. Turner, *The Early Universe*, vol. 69. 1990, [10.1201/9780429492860](#).
- [27] P. S. Bhupal Dev, A. Mazumdar and S. Qutub, *Constraining Non-thermal and Thermal properties of Dark Matter*, *Front. in Phys.* **2** (2014) 26, [[1311.5297](#)].
- [28] G. Bélanger, F. Boudjema, A. Goudelis, A. Pukhov and B. Zaldivar, *micrOMEGAs5.0 : Freeze-in*, *Comput. Phys. Commun.* **231** (2018) 173–186, [[1801.03509](#)].
- [29] N. Bernal, M. Heikinheimo, T. Tenkanen, K. Tuominen and V. Vaskonen, *The Dawn of FIMP Dark Matter: A Review of Models and Constraints*, *Int. J. Mod. Phys. A* **32** (2017) 1730023, [[1706.07442](#)].
- [30] R. A. Lineros and M. Pierre, *Dark matter candidates in a type-II radiative neutrino mass model*, *JHEP* **21** (2020) 072, [[2011.08195](#)].
- [31] W. R. Inc., “Mathematica, Version 13.1.”
- [32] P. D. Group, P. A. Zyla, R. M. Barnett, J. Beringer, O. Dahl, D. A. Dwyer et al., *Review of Particle Physics*, *Progress of Theoretical and Experimental Physics* **2020** (08, 2020) , [<https://academic.oup.com/ptep/article-pdf/2020/8/083C01/34673722/ptaa104.pdf>].
- [33] J. Chakraborty, P. Konar and T. Mondal, *Copositive Criteria and Boundedness of the Scalar Potential*, *Phys. Rev. D* **89** (2014) 095008, [[1311.5666](#)].
- [34] A. Semenov, *LanHEP: A Package for the automatic generation of Feynman rules in field theory. Version 3.0*, *Comput. Phys. Commun.* **180** (2009) 431–454, [[0805.0555](#)].
-

- 
- [35] G. Belanger, F. Boudjema and A. Pukhov, *micrOMEGAs : a code for the calculation of Dark Matter properties in generic models of particle interaction*, in *Theoretical Advanced Study Institute in Elementary Particle Physics: The Dark Secrets of the Terascale*, pp. 739–790, 2013. [1402.0787](#). DOI.
- [36] XENON collaboration, E. Aprile et al., *Constraining the spin-dependent WIMP-nucleon cross sections with XENON1T*, *Phys. Rev. Lett.* **122** (2019) 141301, [[1902.03234](#)].
- [37] R. Martinez and F. Ochoa, *Spin-independent interferences and spin-dependent interactions with scalar dark matter*, *JHEP* **05** (2016) 113, [[1512.04128](#)].
- [38] H.E.S.S. collaboration, L. Rinchuso and E. Moulin, *Dark matter searches toward the Galactic Centre halo with H.E.S.S.*, in *52nd Rencontres de Moriond on Very High Energy Phenomena in the Universe*, pp. 255–262, 2017. [1711.08634](#).
- [39] MAGIC, FERMI-LAT collaboration, M. L. Ahnen et al., *Limits to Dark Matter Annihilation Cross-Section from a Combined Analysis of MAGIC and Fermi-LAT Observations of Dwarf Satellite Galaxies*, *JCAP* **02** (2016) 039, [[1601.06590](#)].

# Anexo 1

## 5.1. Diccionario de palabras

*EWSB* → *Electroweak symmetry breaking* → Rompimiento de simetría electrodébil.

*SM* → *Standard model*.

*ME* → Modelo estándar.

*MO* → Materia Oscura.

$\Lambda$ CDM →  $\Lambda$  materia oscura fría.

*CP* → *Complexes phases*.

## 5.2. Matrices gamma, álgebra de Clifford

$$\gamma^0 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}, \gamma^1 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \gamma^2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & -i \\ 0 & 0 & i & 0 \\ 0 & i & 0 & 0 \\ -i & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$
$$\gamma^3 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

- $\gamma^5 = i\gamma^0\gamma^1\gamma^2\gamma^3 = -\frac{i}{4!}\epsilon^{\mu\nu\rho\sigma}\gamma_\mu\gamma_\nu\gamma_\rho\gamma_\sigma$
- $P_L = \frac{1}{2}(1 - \gamma^5)$ ,  $P_R = \frac{1}{2}(1 + \gamma^5)$
- $\gamma^{5\dagger} = \gamma^5$
- $(\gamma^5)^2 = 1$

- $\{\gamma^5, \gamma^\mu\} = 0 \rightarrow \gamma^5 \gamma^\mu = -\gamma^\mu \gamma^5$

### 5.3. Operadores proyectores

- $P_L + P_R = 1$
- $P_L^2 = P_L$
- $P_R^2 = P_R$
- $P_R P_L = P_L P_R$

Podemos hacer un chequeo rápido de algunas importantes:

$$P_L + P_R \rightarrow \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \gamma^5 + \gamma^5 = 1$$

Para el operador derecho ( $P_R^2 = P_R$ ) se hace una demostración similar a la que viene a continuación.  $P_L^2 = \frac{1}{2}(1 - \gamma^5)\frac{1}{2}(1 - \gamma^5) = \frac{1}{4}(1 - \gamma^5 - \gamma^5 + (\gamma^5)^2) = \frac{1}{2}(1 - \gamma^5)$ .

### 5.4. Matrices de Gell-Mann

$$\lambda_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \lambda_2 = \begin{pmatrix} 0 & -i & 0 \\ i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \lambda_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \lambda_4 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$$\lambda_5 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -i \\ 0 & 0 & 0 \\ i & 0 & 0 \end{pmatrix}, \lambda_6 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \lambda_7 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -i \\ 0 & i & 0 \end{pmatrix}, \lambda_8 = \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{pmatrix}.$$

### 5.5. simetría $U(1) \times SU(2)$

Las matrices de  $SU(2)$  cumplen la unitariedad[17],  $U^\dagger U = U U^\dagger = \mathbb{1}$  y los elementos de  $U(1)$  cumplen  $e^{-i\theta}$ . Entonces un campo escalar  $\Phi$  que sea invariante ante  $U(1) \times SU(2)$  transforma como:  $\Phi \rightarrow e^{-i\theta} U \Phi$ .

## 5.6. Código LANHEP del modelo anexado al *Standard Model*

```

let ProjL = (1 - gamma5)/2.
let ProjR = (1 + gamma5)/2.

parameter
  pi=3.14159265359,
  theta=pi/4,
  EE = 0.31333 : 'Electromagnetic coupling constant (<->1/128)',
  GG = 1.117   : 'Strong coupling constant (Z point) (PDG-94)',
  SW2 = 0.23122 : 'sin^2 of the Weinberg angle (PDG-2019,"on-shell")',
  SW = sqrt(SW2) : 'sin of the Weinberg angle (PDG-94,"on-shell")',
  CW = sqrt(1-SW**2) : 'cos of the Weinberg angle'.
parameter cs=cos(theta),
          sn=sin(theta).

let g=EE/SW, g1=EE/CW. % definicion de los acoplamientos de gauge

parameter MZ = 91.1876 : 'Z-boson mass', wZ = 2.4952 .
parameter MW = MZ*CW : 'W-boson mass', wW = 2.085 .

parameter vev2num=2*MW/EE*SW. % definicion del vev del doblete de higgs.
let vev2=2*MW/EE*SW. % definicion del vev del doblete de higgs.

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%PARAMETROS DEL MODELO%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
parameter LD1= -0.00001337 : 'lambda delta coupling' ,
          LD2= 0.2 : 'lambda delta-tilde coupling',
          LO= 0.9 : 'lambda omega coupling' ,
          LDO= 0.6 : 'lambda delta-omega coupling',
          LHD1= 0.1247788 ,
          LHD2= 0.4 ,
          LHO= 0.2 ,

```

```

        alphaD=0.009250      ,
        alpha0=1.444958     ,
        kappa=0.537132     ,
        MF=1000.

parameter
    A0=(vev2num**2)/2*(alpha0+LH0),
    B0=(vev2num**2)/2*kappa/2,
    C0=(vev2num**2)/2*(alphaD + LHD1 + LHD2),
    D0=(vev2num**2)/2*(alpha0 +LH0),
    E0=(vev2num**2)/2*kappa/(2*Sqrt2),
    F0=(vev2num**2)/2*((1/2)*(2*alphaD + LHD1 + 2*LHD2)).

parameter delta2=(A0-C0)**2+4*B0**2,
        RAIZ=sqrt(4*E0**2+(D0-F0)**2).

parameter
    MS01 = sqrt((A0+C0-sqrt(delta2))/2),
    MS02 = sqrt(C0),
    MS03 = sqrt((A0+C0+sqrt(delta2))/2),
    MQ11 = sqrt(((D0+F0-RAIZ)/2)),
    MQ12 = sqrt((D0+F0+RAIZ)/2),
    MQQ  = sqrt(2*F0-C0) .

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%CONTENIDO DE PARTICULAS DEL MODELO%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
scalar '~s01'/'~s01':('s01', mass MS01, width WS1 = auto).
prtcproperty pdg: ('~s01'=300000).
scalar '~s02'/'~s02':('s02', mass MS02, width WS2 = auto).
    prtcproperty pdg: ('~s02'=40000).
%charged scalar
scalar '~sq11'/'~SQ11' :('sq11', mass MQ11, width WQ11=auto).
prtcproperty pdg: ('~sq11'=300001).
scalar '~sq12'/'~SQ12' :('sq12', mass MQ12, width WQ12=auto, pdg 600001).
scalar '~sqq'/'~SQQ' :('sqq', mass MQQ, width WQQ=auto, pdg 700000).

```



%%%

```
let delp = (b21r+i*b21i)*'~sq11' + b22*'~sq12'.
let delm = (b21r-i*b21i)*'~SQ11' + b22*'~SQ12'.
```

```
let delpp = '~sqq'.
let delmm = '~SQQ'.
```

```
let ome0R = a11*'~s01' + a12*'~s02'+a13*'~s03'.
let del0R = a21*'~s01' + a22*'~s02'+a23*'~s03'.
let delim= a31*'~s01' + a32*'~s02'+a33*'~s03'.
```

```
let del0 = (del0R + i*delim)/Sqrt2.
let del0c= (del0R - i*delim)/Sqrt2.
let ome0 = ome0R.
```

%%%

```
let omep = b11*'~sq11' + (b12r+i*b12i)*'~sq12'.
let omem = b11*'~SQ11' + (b12r-i*b12i)*'~SQ12'.
```

%%%

```
let Omega1= (omep+omem)/Sqrt2 .
let Omega2=i*(omep-omem)/Sqrt2 .
let Omega3=ome0 .
let O01 = {Omega1, Omega2, Omega3}.
let Omega^a^b = tau^a^b^c*O01^c.
let Omegacc^a^b = taucc^a^b^c*O01^c.
let Omegadag^a^b= tau^a^b^c*O01^c.
```

%%%

```
let Delta1=((delpp+del0)/Sqrt2) .
let Delta2=i* ((delpp-del0)/Sqrt2) .
let Delta3=delp .
```

```

let DD1={Delta1,Delta2,Delta3}.
let Delta1c=((delmm+del0c)/Sqrt2).
let Delta2c=i*((-delmm+del0c)/Sqrt2).
let Delta3c=delm.
let DD2={Delta1c,Delta2c,Delta3c}.
let Delta^a^b =tau^a^b^c*DD1^c.
let Deltacc^a^b=taucc^a^b^c*DD2^c.
let Deltadag^a^b=tau^a^b^c*DD2^c.

%%%%%%%%%%%%%OMEGA KINETIC%%%%%%%%%%%%%
let DOmega^mu^a^b = tau^a^b^c*(deriv^mu*001^c - g*eps^i1^i2^c*WW1^mu^i1*001^i2).
let DOmegacc^mu^a^b = taucc^a^b^c*(deriv^mu*001^c
- g*eps^i1^i2^c*WW1^mu^i1*001^i2).

lterm (1/4)*DOmega^mu^a^b*DOmegacc^mu^a^b.

%%%%%%%%%%%%%DELTA KINETIC%%%%%%%%%%%%%
let DDELTA^mu^a^b= tau^a^b^c*((deriv^mu*DD1^c -g*eps^i1^i2^c*WW1^mu^i1*DD1^i2)
+i*g1*B1^mu*DD1^c).
let DDELTAcc^mu^a^b=taucc^a^b^c*((deriv^mu*DD2^c
-g*eps^i1^i2^c*WW1^mu^i1*DD2^i2)-i*g1*B1^mu*DD2^c).

lterm (1/2)*DDELTA^mu^a^b*DDELTAcc^mu^a^b.

%%%%%%%%%%%%%POTENCIAL ESCALAR%%%%%%%%%%%%%
let mdelta2=(vev2num)**2*alphaD/2,
  momega2=(vev2num)**2*alpha0/2.

lterm -((mdelta2)/2)*Deltadag^a^b*Delta^b^a.

lterm -(LD1/4)*(Deltadag^i1^i2*Delta^i2^i3*Deltadag^i3^i4*Delta^i4^i1).

lterm -(LD2/4)*(Deltadag^a^b*Delta^b^a)**2.

```

---

```

lterm -((momega2)/4)*(Omegadag^a^b*Omega^b^a).

lterm -(L0/16)*(Omegadag^a^b*Omega^b^a)**2.

lterm -(LD0/8)*(Deltadag^a^b*Delta^b^a*Omegadag^i1^i2*Omega^i2^i1).

lterm -(LHD1/2)*PP*Delta*Deltadag*pp.

lterm -(LHD2/2)*(Deltadag^a^b*Delta^b^a)*PP*pp.

lterm -(LH0/2)*PP*Omega*Omegadag*pp.

%%%%%%%%%%PARTE FASE COMPLEJA%%%%%%%%%%

lterm -(1/4)*kappa*(cs+i*sn)*(pp^i1*i*tau2^i1^i2*Deltadag^i2^i3*
*Omega^i3^i4*pp^i4)+(1/4)*kappa*(cs-i*sn)*(PP^i1*i*Omegadag^i1^i2*
*Delta^i2^i3*tau2^i3^i4*PP^i4).
%%%%%%%%%%ALLOWED SECTOR FOR GAUGE INVARIANCE%%%%%%%%%%

let f1 = {'~fp', '~f0'}, F2={anti('~fp'),anti('~f0')}.
let Fcc={cc('~fp'), cc('~f0')}.

%%%%%%%%%%
parameter yD1=0.1,
          yD2=0.2,
          yD3=0.3,
          y01=0.4,
          y02=0.5,
          y03=0.6,
          td1=3.1415*2,
          td2=3.1414*3,

```

---



```

SetAngle(1-SW**2=CW**2).
SetAngle(SW**2 + CW**2=1).
SetAngle(cs**2+sn**2=1).
SetAngle(b11**2+b21i**2+b21r**2=1).
SetAngle(b12i**2+b12r**2+b22**2=1).
SetAngle(b11*(-i*b12i + b12r) + (i*b21i + b21r)*b22=0).
SetAngle(b11*(i*b12i + b12r) + (-i*b21i + b21r)*b22=0).
SetEM(A,EE).
CheckHerm.
CheckMasses.

```

## 5.7. Código Python

```

import numpy as np
import scipy as sp
import matplotlib.pyplot as plt
import pandas as pd
import math

def neutralscalar(vh, alpha0, alphaD, LHD1, LHD2, LHO, kappa, theta, L0,
LD1, LD2, LD0, sk1):
    err = 0

    A0 = vh**2*(alpha0 + LHO)/2
    B0 = vh**2*(kappa/2)/2
    C0 = vh**2*(alphaD + LHD1 + LHD2)/2
    sk2 = np.cos(theta)/np.abs(np.cos(theta))
    sk3 = np.cos(theta)/np.abs(np.cos(theta))

    sk0=- (np.abs(np.sin(theta))/np.cos(theta))*(np.abs(np.cos(theta))
/np.sin(theta))

```

```
delta2 = (A0 - C0)**2 + 4*B0**2

MS012 = (A0 + C0 - np.sqrt(delta2))/2
MS022 = C0
MS032 = (A0 + C0 + np.sqrt(delta2))/2
psi0 = np.cos(2*theta)/sk1
psi01 = ((-A0+C0)*sk2)/np.sqrt(delta2)

if (delta2<0.0):
    err=1
    return 0,0,0,0,0,0,0,0,0,err

if (MS012<=0.0):
    err=1
    return 0,0,0,0,0,0,0,0,0,err

if (np.abs(psi0)>1):
    err=1
    return 0,0,0,0,0,0,0,0,0,err

if (np.abs(psi01)>1):
    err=1
    return 0,0,0,0,0,0,0,0,0,err

if (MS032<=MS012):
    err=1
    return 0,0,0,0,0,0,0,0,0,err

if (MS032<=MS022):
    err=1
```

---

```

        return 0,0,0,0,0,0,0,0,0,err

    if (np.cos(theta)==0.0):
        err=1
        return 0,0,0,0,0,0,0,0,0,err

    if (np.sin(theta)==0.0):
        err=1
        return 0,0,0,0,0,0,0,0,0,err

    MS01 = np.sqrt(MS012)
    MS02 = np.sqrt(MS022)
    MS03 = np.sqrt(MS032)

    return MS01, MS02, MS03, psi0, psi01, sk0, sk2, sk3, err

#@np.vectorize
def chargedscalar(vh, alpha0, alphaD, LHD1, LHD2, LHO, kappa, theta,
LO, LD1, LD2):
    err=0

    D0 =(vh**2/2)*( alpha0 + LHO )
    E0 = (vh**2/2)*(kappa/(2*np.sqrt(2)))
    F0 = (vh**2/2)*(1/2)*(2*alphaD + LHD1 + 2*LHD2)
    RAIZ = np.sqrt(4*E0**2 + (D0-F0)**2)
    MQ1=(D0+F0-RAIZ)/2 # masa al cuadrado
    MQ2=(D0+F0+RAIZ)/2 # masa al cuadrado
    psi1=(-D0+F0)/RAIZ

    if (MQ1<=0.0):
        err=1

```

---

```

        return 0,0,0,err

    if (np.abs(psi1)>1):
        err=1
        return 0,0,0,err

    if (4*E0**2 + (D0-F0)**2<=0.0):
        err=1
        return 0,0,0,err

    MQ11 = np.sqrt(MQ1)
    MQ12 = np.sqrt(MQ2)
    return MQ11, MQ12, psi1, err

def fermionic(yD1, yD2, yD3, y01, y02, y03, td1, td2, td3, td4, td5, td6):
    err=0

    yD1R = yD1*np.cos(td1)
    yD1I = yD1*np.sin(td1)
    yD2R = yD2*np.cos(td2)
    yD2I = yD2*np.sin(td2)
    yD3R = yD3*np.cos(td3)
    yD3I = yD3*np.sin(td3)
    y01R = y01*np.cos(td4)
    y01I = y01*np.sin(td4)
    y02R = y02*np.cos(td5)
    y02I = y02*np.sin(td5)
    y03R = y03*np.cos(td6)
    y03I = y03*np.sin(td6)

    return yD1R, yD1I, yD2R, yD2I, yD3R, yD3I, y01R, y01I,
    y02R, y02I, y03R, y03I, err

```

```

def doublechargedscalar(vh, alphaD, LHD2):
    err = 0
    MQQ2 = (vh**2)*LHD2/2 + (vh**2)*alphaD/2

    if (MQQ2<=0.0):
        err = 1
        return 0, err

    MQQ = np.sqrt(MQQ2)
    return MQQ, err

def BFF(vh, alpha0, alphaD, LHD1, LHD2, LHO, kappa, theta, LO, LD1, LD2,
LDO, MQ11, MQ12, psi1, MS01, MS02, MS03, psi0, psi01,
sk0, sk1, sk2, sk3, MQQ):
    err = 0
    coal_limit= 1e-3

    ### BFF GAUGE
    if (LD1 + 4*LD2 <0):      #segun bfb gauge base
        err = 1
        return err

    if (alphaD + alpha0 +LHD1 +LHD2 +LHO <0):      #A0+C0
        err = 1
        return err

    if (alpha0 + LHO + (1/2)*(2*alphaD + LHD1 + 2*LHD2 )<0):      #D0+F0<0
        err = 1
        return err

    if (alphaD <0):      #tiene que ver con masas asi que >0
        err = 1
        return err

```

```
if (alpha0 <0):      #tiene que ver con masas asi que >0
    err = 1
    return err

if (L0 <0):         #segun bfb gauge base
    err = 1
    return err

if (LHD2 +alphaD< 0):
    err = 1
    return err

### BFF MASS
# if ((-8*LD2+LD0)*np.sqrt(1-PHI0**2)*abs(np.cos(theta))/np.cos(theta)<0):
#     err = 1
#     return err

# if (-np.sqrt(1-PHI1)*(1+PHI1)**(3/2)*np.cos(theta)<0):
#     err=1
#     return err

if ((1/2)*L0*(1+psi1)**2<0):
    err=1
    return err
if ((1/2)*L0*(1-psi1)**2<0):
    err=1
    return err

if (-L0*(-1+psi1**2)*np.cos(2*theta)<0):
    err=1
    return err
```

---

```

if ((1/2)*L0*(1-psi1)*(1+psi1)<0):
    err=1
    return err

if ((1/2)*sk2*(LD0*np.sqrt(1-psi01**2)-4*LD2*(np.sqrt((-1+2*sk1*psi0
-psi0**2))*(-1+
psi01**2))+np.sqrt(-(1+2*sk1*psi0+psi0**2)*(-1+psi01**2))))<0.0):
    err=1
    return err

if (((1/2)*(8*LD2+LD0+sk3*(-8*LD2+LD0))*psi01)<=0):
    err=1
    return err

### MASS CONDITIONS

if (MS01>MQ11):
    err=1
    return err
#condicion del scalar mas ligero

if (MS01>MQ12):
    err=1
    return err
#condicion del scalar mas ligero

if (MS01>MQQ):
    err=1
    return err
#condicion del scalar mas ligero

if (MS01>MS03):
    err=1
    return err
#condicion del escalar mas ligero

```

```
if ((MQ11-MS01)/MS01<coal_limit):
    err=1
    return err

if ((MQ12-MS01)/MS01<coal_limit):
    err=1
    return err

if ((MS02-MS01)/MS01<coal_limit):
    err=1
    return err

if((MS03-MS01)/MS01<coal_limit):
    err=1
    return err

if (MQ11<100.0):
    err=1
    return err

if (MQ12<100.0):
    err=1
    return err

if (MQQ<100.0):
    err=1
    return err

return err

def parameterspace_seq():
```

### OTHER MASS CONDITIONS

"" ADD DESCRIPTION OF THE DEF ""

vh = 0.0  
sk1=0.0  
alpha0 = 0.0  
alphaD = 0.0  
LHD1 = 0.0  
LHD2 = 0.0  
LHO = 0.0  
kappa = 0.0  
theta = 0.0  
L0 = 0.0  
LD1 = 0.0  
LD2 = 0.0  
LD0 = 0.0  
td1 = 0.0  
td2 = 0.0  
td3 = 0.0  
td4 = 0.0  
td5 = 0.0  
td6 = 0.0  
yD1 = 0.0  
yD2 = 0.0  
yD3 = 0.0  
y01 = 0.0  
y02 = 0.0  
y03 = 0.0  
MF = 0.0  
  
alpha0max = 1e4  
alpha0min = 0.1/246.22

```
alphaDmax = 1e4
alphaDmin = 0.1/246.22

LHD1max = np.sqrt(4*np.pi)
LHD1min = 1e-6

LHD2max = np.sqrt(4*np.pi)
LHD2min = 1e-6

LH0max = np.sqrt(4*np.pi)
LH0min = 1e-6

kappamax = np.sqrt(4*np.pi)
kappamin = 1e-6

thetamax = np.pi
thetamin = -np.pi

td1max=np.pi
td1min=-np.pi

td2max=np.pi
td2min=-np.pi

td3max=np.pi
td3min=-np.pi

td4max=np.pi
```

td4min=-np.pi

td5max=np.pi

td5min=-np.pi

td6max=np.pi

td6min=-np.pi

yD1max=np.sqrt(4\*np.pi)

yD1min=1e-6

yD2max=np.sqrt(4\*np.pi)

yD2min=1e-6

yD3max=np.sqrt(4\*np.pi)

yD3min=1e-6

y01max=np.sqrt(4\*np.pi)

y01min=1e-6

y02max=np.sqrt(4\*np.pi)

y02min=1e-6

y03max=np.sqrt(4\*np.pi)

y03min=1e-6

L0max = np.sqrt(4\*np.pi)

L0min = 1e-6

LD1max = np.sqrt(4\*np.pi)

LD1min = 1e-6

```
LD2max = np.sqrt(4*np.pi)
LD2min = 1e-6
```

```
LD0max= np.sqrt(4*np.pi)
LD0min= 1e-6
```

```
err = 1
while (err > 0):
```

```
    err = 1
```

```
    vh = 246.22
```

```
    sk1=1
```

```
    u = np.random.uniform()
```

```
    alpha0 = np.exp(np.log(alpha0max/alpha0min)*u + np.log(alpha0min))
```

```
    u = np.random.uniform()
```

```
    alphaD = np.exp(np.log(alphaDmax/alphaDmin)*u + np.log(alphaDmin))
```

```
    u = np.random.uniform()
```

```
    v = 2*np.random.randint(2) -1
```

```
    LHD1 = v*np.exp(np.log(LHD1max/LHD1min)*u + np.log(LHD1min))
```

```
    u = np.random.uniform()
```

```
    v = 2*np.random.randint(2) -1
```

```
    LHD2 = v*np.exp(np.log(LHD2max/LHD2min)*u + np.log(LHD2min))
```

```
    u = np.random.uniform()
```

```
v = 2*np.random.randint(2) -1
LH0 = v*np.exp(np.log(LH0max/LH0min)*u + np.log(LH0min))

u = np.random.uniform()
kappa = np.exp(np.log(kappamax/kappamin)*u + np.log(kappamin))

u = np.random.uniform()
theta = (thetamax -thetamin)*u + thetamin

u=np.random.uniform()
td1=(td1max-td1min)*u + td1min

u=np.random.uniform()
td2=(td2max-td2min)*u + td2min

u=np.random.uniform()
td3=(td3max-td3min)*u + td3min

u=np.random.uniform()
td4=(td4max-td4min)*u + td4min

u=np.random.uniform()
td5=(td5max-td5min)*u + td5min

u=np.random.uniform()
td6=(td6max-td6min)*u + td6min

u = np.random.uniform()
yD1 = np.exp(np.log(yD1max/yD1min)*u + np.log(yD1min))

u = np.random.uniform()
yD2 = np.exp(np.log(yD2max/yD2min)*u + np.log(yD2min))
```

---

```

u = np.random.uniform()
yD3 = np.exp(np.log(yD3max/yD3min)*u + np.log(yD3min))

u = np.random.uniform()
y01 = np.exp(np.log(y01max/y01min)*u + np.log(y01min))

u = np.random.uniform()
y02 = np.exp(np.log(y02max/y02min)*u + np.log(y02min))

u = np.random.uniform()
y03= np.exp(np.log(y03max/y03min)*u + np.log(y03min))

u = np.random.uniform()
v = 2*np.random.randint(2) -1
L0 = v*np.exp(np.log(L0max/L0min)*u + np.log(L0min))

u = np.random.uniform()
v = 2*np.random.randint(2) -1
LD1 = v*np.exp(np.log(LD1max/LD1min)*u + np.log(LD1min))

u = np.random.uniform()
v = 2*np.random.randint(2) -1
LD2 = v*np.exp(np.log(LD2max/LH0min)*u + np.log(LD2min))

u = np.random.uniform()
v = 2*np.random.randint(2) -1
LD0 = v*np.exp(np.log(LD0max/LD0min)*u + np.log(LD0min))

MQ11, MQ12, psi1, err = chargedscalar(vh, alpha0, alphaD, LHD1,
LHD2, LH0, kappa, theta, L0, LD1, LD2)
if (err == 1):

```

---

```

        continue

    yD1R, yD1I, yD2R, yD2I, yD3R, yD3I, y01R, y01I, y02R, y02I, y03R,
    y03I, err= fermionic(yD1, yD2, yD3, y01,y02, y03, td1, td2,
    td3, td4, td5, td6)
    if (err == 1):
        continue

    MS01, MS02, MS03, psi0, psi01, sk0, sk2, sk3,
    err= neutralscalar(vh, alpha0, alphaD, LHD1, LHD2, LHO, kappa,
    theta, L0, LD1, LD2, LDO, sk1)
    if (err == 1):
        continue

    MFmin=MS01
    MFmax=1e+4
    u = np.random.uniform()
    MF = np.exp(np.log(MFmax/MFmin)*u + np.log(MFmin))

    MQQ, err = doublechargedscalar(vh, alphaD, LHD2)
    if (err == 1):
        continue

    err = BFF(vh, alpha0, alphaD, LHD1, LHD2, LHO, kappa, theta, L0,
    LD1, LD2, LDO, MQ11, MQ12, psi1, MS01, MS02, MS03, psi0, psi01,
    sk0, sk1, sk2, sk3, MQQ)
    if (err == 1):
        continue

    err = 0

return vh, alpha0, alphaD, LHD1, LHD2, LHO, kappa, theta, L0, LD1,
LD2, LDO, MQ11, MQ12, psi1, MS01, MS02, MS03, psi0, psi01, sk0,

```

sk1, sk2, sk3, yD1R, yD1I, yD2R, yD2I, yD3R, yD3I, y01R, y01I,  
y02R, y02I, y03R, y03I, MF, MQQ

```
def parameterspace(ntot):  
    vh = np.zeros(ntot)  
    alpha0 = np.zeros(ntot)  
    alphaD = np.zeros(ntot)  
    LHD1 = np.zeros(ntot)  
    LHD2 = np.zeros(ntot)  
    LHO = np.zeros(ntot)  
    kappa = np.zeros(ntot)  
    theta = np.zeros(ntot)  
    L0 = np.zeros(ntot)  
    LD1 = np.zeros(ntot)  
    LD2 = np.zeros(ntot)  
    LD0 = np.zeros(ntot)  
    MS01 = np.zeros(ntot)  
    MS02 = np.zeros(ntot)  
    MS03 = np.zeros(ntot)  
    psi0 = np.zeros(ntot)  
    psi01= np.zeros(ntot)  
    sk0=np.zeros(ntot)  
    sk1=np.zeros(ntot)  
    sk2=np.zeros(ntot)  
    sk3=np.zeros(ntot)  
    MQ11 = np.zeros(ntot)  
    MQ12 = np.zeros(ntot)  
    psi1 = np.zeros(ntot)  
    yD1R = np.zeros(ntot)  
    yD1I = np.zeros(ntot)  
    yD2R = np.zeros(ntot)  
    yD2I = np.zeros(ntot)
```

```
yD3R = np.zeros(ntot)
yD3I = np.zeros(ntot)
y01R = np.zeros(ntot)
y01I = np.zeros(ntot)
y02R = np.zeros(ntot)
y02I = np.zeros(ntot)
y03R = np.zeros(ntot)
y03I = np.zeros(ntot)
MF = np.zeros(ntot)
MQQ = np.zeros(ntot)

for i in range(ntot):

    if (i%10==0):
        print(i,ntot)

    vh[i], alpha0[i], alphaD[i], LHD1[i], LHD2[i], LHO[i], kappa[i],
    theta[i], LO[i], LD1[i], LD2[i], LDO[i], MQ11[i], MQ12[i],
    psi1[i], MS01[i], MS02[i], MS03[i], psi0[i], psi01[i], sk0[i],
    sk1[i], sk2[i], sk3[i], yD1R[i], yD1I[i], yD2R[i], yD2I[i],
    yD3R[i], yD3I[i], y01R[i], y01I[i], y02R[i], y02I[i], y03R[i],
    y03I[i], MF[i], MQQ[i] = parameterspace_seq()

data = {'vh':vh,
        'alpha0':alpha0,
        'alphaD':alphaD,
        'LHD1':LHD1,
        'LHD2':LHD2,
        'LHO':LHO,
        'kappa':kappa,
        'theta':theta,
        'LO':LO,
```

```
'LD1':LD1,  
'LD2':LD2,  
'LDO':LDO,  
'MQ11':MQ11,  
'MQ12':MQ12,  
'psi1':psi1,  
'MS01':MS01,  
'MS02':MS02,  
'MS03':MS03,  
'psi0':psi0,  
'psi01':psi01,  
'sk0':sk0,  
'sk1':sk1,  
'sk2':sk2,  
'sk3':sk3,  
'yD1R':yD1R,  
'yD1I':yD1I,  
'yD2R':yD2R,  
'yD2I':yD2I,  
'yD3R':yD3R,  
'yD3I':yD3I,  
'y01R':y01R,  
'y01I':y01I,  
'y02R':y02R,  
'y02I':y02I,  
'y03R':y03R,  
'y03I':y03I,  
'MF':MF,  
'MQQ':MQQ}
```

```
df = pd.DataFrame(data)
```

```
return df
```

```
#EL DATAFRAME PUNTOS CSV
Ntot = 50000
dfbuenos = parameterspace(Ntot)
dfbuenos.to_csv('p100k3.csv')
```