



UNIVERSIDAD CATÓLICA DEL NORTE

FACULTAD DE CIENCIAS

Departamento de Física

**MODELO DE SEESAW INVERSO ESPONTÁNEO CON
SIMETRÍA LOCAL $U(1)$ LEPTÓNICA**

Tesis para optar al grado de Licenciado en Física con Mención en
Astronomía

HUGO A. VIDELA MAGNATA

Profesor guía: Dr. Roberto Lineros R.

Antofagasta, Chile.
Julio, 2021

Contenido

Índice de figuras	ii
Índice de tablas	iv
Resumen.	vi
Introducción.	vii
1. Modelo estándar	1
1.1. Elementos del Modelo Estándar	1
1.1.1. Fermiones	1
1.1.2. Bosones	4
1.2. Teorías de interacciones	6
1.2.1. La interacción nuclear fuerte	6
1.2.2. La interacción electromagnética	8
1.2.3. La interacción nuclear débil	9
1.3. Lagrangiano del Modelo Estándar	10
1.4. Mecanismo de Higgs	11
2. Materia oscura	13
2.1. Evidencia	13
2.1.1. Galaxias espirales	13
2.1.2. Cúmulos galácticos	15
2.1.3. El fondo cósmico de microondas	16

2.2. Candidatos	18
2.2.1. Majoron	18
3. Neutrinos	20
3.1. Historia	20
3.2. Partículas de Majorana	21
3.3. Posibles mecanismos para generara la masa de los neutrinos	22
3.3.1. Mecanismo de seesaw	22
3.3.2. Mecanismo de seesaw inverso	23
4. Mecanismo de seesaw inverso espontáneo	25
4.1. Modelo	25
4.1.1. Boson Z'	28
4.2. Términos de masa	29
4.2.1. Masas de los escalares S y X	32
4.3. Decaimientos	34
4.3.1. Decaimiento invisible del Higgs	34
4.3.2. Decaimiento del Majoron a dos neutrinos	36
5. Conclusiones	38
Bibliografía.	40
Anexo 1	46
Anexo 2	48

Índice de figuras

1.1. Se puede ver que el potencial entre quarks aumenta mientras lo hace la distancia. Figura tomada de [1]	7
2.1. Se puede apreciar que la velocidad de rotación teórica no concuerda con la velocidad de rotación medida. Figura tomada de [2]	14
2.2. Cúmulo de la Bala, los contornos verdes indican la ubicación de los centros de masa inferidos por el lensing gravitacional, mientras que las distribuciones rojas y azules permiten ubicar los centros de masa dados por la emisión de rayos X . Figura tomada de [3]	16
2.3. Espectro de temperaturas del fondo cósmico de microondas. Figura tomada de [4]	17
4.1. Decaimiento de Majoron J a 3 bosones de Goldstone ζ_1 . Figura tomada de [5]	28
4.2. Espacio de parámetros para los ángulos de acoplamiento θ_{13} y θ_{12} . Las áreas rojas corresponden al valor donde $0,8 \leq \cos \theta_{13} \cos \theta_{23}$ y en las zonas azules $\cos \theta_{13} \cos \theta_{23} \leq 0,8$	33
4.3. Espacio de parámetros para las masas de X y S, considerando un Majoron de 1 GeV. Se consideran los límites perturbativos de los acoplamiento y las condiciones de copositividad para obtener los rangos posibles para las masas de los escalares.	34
4.4. Espacio de parámetros, dado por la ecuación 4.39, para los ángulos de acoplamiento θ_{13} y θ_{12} . El área azul corresponde al espacio donde $\Gamma_T \leq 1MeV$, por ende estos valores no son consistentes con el modelos ya que caen por debajo de la cota inferior del ancho de decaimiento del Higgs.	35

-
- 4.5. Espacio de parámetros, dado por la ecuación 4.40, para el decaimiento de un Majoron de 1 GeV. Se tiene que para los valores sobre la línea roja $\Gamma \leq 10^{-44}$, por tanto el Majoron es estable a escalas cosmológicas en estas áreas. Mientras que en la línea negra $\Gamma \rightarrow 0$, lo cual corresponde a un Majoron totalmente estable. 37

Índice de tablas

1.1. Quarks up, down, charm, strange, top y bottom agrupados en 3 generaciones con sus respectivas cargas eléctricas en cantidades de carga del electrón.	3
1.2. Leptones tauón, muón y electrón agrupados con sus respectivos neutrinos en 3 generaciones con sus respectivas cargas eléctricas en cantidades de carga del electrón.	3
4.1. Asignación de cargas del modelo para los nuevos campos y el doblete leptónico bajo las simetrías $SU(2)_L$, $U(1)_Y$ y $U(1)_{Lep}$	27

Modelo de seesaw inverso espontáneo con simetría local $U(1)$ leptónica

Hugo A. Videla Magnata

Resumen

En el trabajo se propone extender el Modelo Estándar por 2 campos escalares y 2 neutrinos *right-handed*, donde estos nuevos campos están cargados bajo una simetría $U(1)$ leptónica local, lo cuál lleva a la aparición de un nuevo boson de gauge Z' . Los nuevos campos escalares adquieren un valor de expectación, rompiendo así la nueva simetría junto con la del Modelo Estándar y generando así los términos de masa de para los neutrinos utilizando el mecanismo de *seesaw* en su variante conocida como *inverse seesaw*, donde además se obtiene un candidato a materia oscura, el Majoron. Con ayuda de los programas Mathematica, LanHEP y CalcHEP, se realizan distintos análisis al espacio de parámetros del modelo, con el fin de acotarlo y comprobar su consistencia con los resultados experimentales, tales como el ancho de decaimiento del Higgs. Además se presentan las condiciones para que el candidato a materia oscura sea estable.

Introducción

Los intentos del hombre por comprender qué es lo que compone el mundo y los objetos que nos rodean se remonta hasta el siglo 5 A.C., en ese entonces Demócrito intentó explicar la composición de la naturaleza a través de su teoría atomista, en la que todo los los objeto están compuestos de átomos indivisibles. Estos esfuerzos fueron continuados en los siglos 19 y 20, por científicos como Thomson [6] y Bohr [7], entre otros, y se descubrió que el átomo está formado por partículas subatómicas. Eventualmente se descubrió que los elementos que conformaban el núcleo atómico estaban formados por partículas aún más pequeñas, los quarks [8]. Y también fueron apareciendo nuevas partículas, como los muones [9] o los neutrinos [10]. A inicios de los años 70 surge el Modelo Estándar, el cuál nos otorga actualmente la mejor descripción de las partículas fundamentales y sus interacciones, con excepción de la interacción gravitacional.

El Modelo Estándar actualmente nos permite hacer predicciones con una excelente precisión, como ocurre en el caso de la medición del momento magnético del electrón, donde los datos experimentales coinciden de forma muy precisa con las predicciones teóricas [11], sin embargo, a pesar de lo bueno que sea este modelo, aún hay fenómenos que no se pueden explicar a través de este, tales como: la energía oscura [12], la simetría materia-antimateria [13], la materia oscura [14], la masa de los neutrinos[15], entre otros.

El estudio de estos fenómenos corresponde a lo que se conoce como física más allá del Modelo Estándar y por lo general consisten en agregar extensiones al Modelo Estándar en las cuales generalmente se agregan nuevos campos y simetría con el fin de explicar dichos fenómenos.

Se tiene por ejemplo para explicar la masa de los neutrinos lo que se conoce como mecanismos tipo *seesaw* [16], donde la pequeñez de la masa de los neutrinos está dada por su acoplamiento a neutrinos estériles de gran masa, de esta forma no es necesario recurrir a acoplamientos de Yukawa demasiado pequeños. Además,

este tipo de mecanismos tiende a proporcionar candidatos a materia oscura, lo cual hace bastante interesante su estudio ya que se puede entregar una respuesta a dos fenómenos más allá del Modelo Estándar.

En la presente tesina se busca generar la masa de los neutrinos extendiendo el Modelo Estándar con una nueva simetría de *gauge* rota espontáneamente asociada al número leptónico, un set de campos escalares y un par de neutrinos *right-handed*. Esto bajo el marco del mecanismo de *seesaw* inverso espontáneo [17, 18], que nos va a entregar también un candidato a materia oscura.

Primero, se presentaran las bases del Modelo Estándar, luego los problemas más allá del modelos estándar a tratar, o sea, la materia oscura y los neutrinos, y finalmente se explicará el nuevo mecanismo de *seesaw* inverso y se estudiará el espacio de parámetros para obtener un candidato a materia oscura estable.

Capítulo 1

Modelo estándar

1.1. Elementos del Modelo Estándar

1.1.1. Fermiones

Los fermiones son partículas de spin $\frac{1}{2}$ las cuales conforman toda la materia que conocemos. Estos a su vez se dividen en dos grupos: leptones y quarks. Ambos grupos se rigen por el principio de exclusión de Pauli [19], el cuál nos dice que dos fermiones no pueden tener los mismos estados cuánticos en un sistema, y la estadística de Fermi-Dirac, la cuál nos dice que en un sistema de fermiones, estos van ocupando los estados de energía desde el más bajo [20, 21].

Estas partículas son descritas por la ecuación de Dirac

$$(i\gamma^\mu\partial_\mu - m)\psi = 0, \quad (1.1)$$

que es una ecuación cuántica-relativista para partículas de spin $\frac{1}{2}$ ideada por Paul Dirac en 1928. Se tiene que $\mu = 0, 1, 2, 3$ es el índice asociado a la métrica de Minkowski [22], además, cabe destacar que se están usando unidades naturales, esto implica $c = \hbar = 1$. Por otro lado, el término γ^μ corresponde a las matrices gamma, las cuales satisfacen las siguientes relaciones

$$(\gamma^0)^2 = \mathbb{1} \quad , \quad (\gamma^i)^2 = -\mathbb{1} \quad i = 1, 2, 3, \quad (1.2)$$

en este trabajo se considerará la representación de las matrices gamma en la base de Weyl (también conocida como base quiral), debido a que los campos que aparecen

en el Modelo Estándar son campos sin términos de masa. Dichos término van a aparecer luego gracias a la interacción con el campo de Higgs luego del rompimiento espontáneo de simetría.

Las matrices gamma en la representación de Weyl son:

$$\gamma^\mu = \begin{bmatrix} 0 & \sigma^\mu \\ \bar{\sigma}^\mu & 0 \end{bmatrix}, \quad (1.3)$$

donde σ^μ son las matrices de Pauli y $\bar{\sigma}^\mu$ va a ser el complejo conjugado de las matrices de Pauli. Además, se tiene la matriz γ^5

$$\gamma^5 = \gamma^0 \gamma^1 \gamma^2 \gamma^3 = \begin{bmatrix} -\mathbb{1} & 0 \\ 0 & \mathbb{1} \end{bmatrix}, \quad (1.4)$$

Donde $\mathbb{1}$ corresponde a la matriz identidad de 2 componentes. Esta notación es bastante conveniente al momento de definir los proyectores *left-handed* y *right-handed*, los cuales van a estar dados por:

$$P_R = \frac{\mathbb{1} + \gamma^5}{2}, \quad P_L = \frac{\mathbb{1} - \gamma^5}{2}, \quad (1.5)$$

Entonces se tiene que $\psi_R = P_R \psi$ y $\psi_L = P_L \psi$, dando así la posibilidad de representar un espinor utilizando sus partes quiriales

$$\psi = \psi_R + \psi_L. \quad (1.6)$$

	Gen. 1	Gen. 2	Gen. 3
$q = \frac{2}{3}e$	u	c	t
$q = -\frac{1}{3}e$	d	s	b

Tabla 1.1: Quarks up, down, charm, strange, top y bottom agrupados en 3 generaciones con sus respectivas cargas eléctricas en cantidades de carga del electrón.

	Gen. 1	Gen. 2	Gen. 3
$q = -e$	e	μ	τ
$q = 0$	ν_e	ν_μ	ν_τ

Tabla 1.2: Leptones tauón, muón y electrón agrupados con sus respectivos neutrinos en 3 generaciones con sus respectivas cargas eléctricas en cantidades de carga del electrón.

Quarks

Los quarks son fermiones que interactúan a través de las tres fuerza descritas en el Modelo estándar. Estos son clasificados en 6 sabores distintos agrupados en 3 generaciones (ver tabla 1.1).

Cada generación consiste en un quark con carga $+\frac{2}{3}e$ y otro con carga $-\frac{1}{3}e$, donde e corresponde a la carga del electrón. Además de la carga eléctrica los quarks tienen otra carga, la carga de color. Debido a esta carga es que los quarks pueden interactuar entre ellos a través de la fuerza nuclear fuerte, esto les permite generar otras estructuras, como los neutrones (compuesto por dos quarks down y un quark up) y los protones (compuestos por dos quarks up y un quark down).

Leptones

Los leptones, son fermiones que solo interactúan electrodébilmente y, al igual que los quarks, se dividen en tres generaciones con distintos sabores (ver tabla 1.2).

El leptón más conocido de todos es el electrón, el cual forma parte de los átomos y les permite interactuar electromagnéticamente. Por otro lado, el muón y el tauón poseen las mismas características que el electrón, la carga eléctrica por ejemplo, pero difieren en su masa. Cada uno de estos tiene su correspondiente neutrino asociado, el neutrino electrónico, muónico y tauónico; éstos son partículas con una masa muy pequeña y que no poseen carga eléctrica, lo cual hace muy difíciles de detectar debido a la poca capacidad de interacción de estos. Además de la interacción eléctrica, los

leptones también pueden interactuar débilmente, pero solamente pueden hacerlo los denominados *left-handed*, término que se explicará más adelante.

1.1.2. Bosones

Los bosones son partículas de spin entero, por tanto no siguen el principio de exclusión de Pauli, o sea, no hay restricción en el número de bosones que pueden ocupar un mismo estado cuántico. En el Modelo Estándar los bosones de *gauge* son los encargados de mediar las interacciones fundamentales, estos corresponden al fotón, que transmite la interacción electromagnética; los bosones Z , W^- y W^+ , que transmiten la interacción débil; y los gluones, que transmiten la interacción fuerte.

Los bosones de spin-1 son descritos por la ecuación de Proca [23]

$$\partial_\mu(\partial^\mu A^\nu - \partial^\nu A^\mu) + m^2 A^\nu = 0, \quad (1.7)$$

Por otro lado, un bosón de spin-0, como es el caso el Higgs es descrito por la ecuación de Klein-Gordon[24]

$$(\partial_\mu \partial^\mu - m^2)\phi = 0, \quad (1.8)$$

se debe recordar que debido a la consideración de las unidades naturales, se tiene que $c = \hbar = 1$

Fotón

El fotón es un bosón no masivo encargado de mediar las interacciones electromagnéticas. Este se propaga en el vacío a una velocidad $c = 1$, dentro de nuestra convención. Sus interacciones están descritas por la electrodinámica cuántica. Va a estar asociado a una simetría $U(1)$ electromagnética remanente de las simetría $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$ (esto se explicará más adelante en el mecanismo de Higgs).

Bosones débiles: Z , W^- y W^+

Fueron descubiertos en 1983, son tres bosones masivos que median la interacción débil, sus masas son $m_W = 80,6$ GeV y $m_Z = 91,2$ GeV. Emitir o absorber un bosón W puede cambiar la carga de una partícula, por ejemplo un quark down puede volverse un quark up. Por otra parte, el bosón Z no afecta la carga de una partícula al ser emitido o absorbido.

Gluones

Son los mediadores de la interacción nuclear fuerte, la cuál mantiene unidos a los quarks de distintos colores. Además de mediar la interacción fuerte, los gluones también pueden interactuar a través de ésta, por eso se dice que los gluones son autointeractuantes. A diferencia de los quarks, los gluones cargan dos colores, una unidad de color y otra de anticolor, lo que resulta en 9 estados posibles. Sin embargo una de éstas combinaciones es neutral, por tanto solo hay 8 gluones.

Bosón de Higgs

El modelo electrodébil requiere de un campo escalar fundamental, este nuevo campo corresponde al campo de Higgs. La partícula asociada a este campo, el bosón de Higgs, fue detectada experimentalmente el año 2012 en el LHC [25]. Tiene un ancho de decaimiento de aproximadamente 3,2 MeV y una masa de 125,18 GeV. La forma en la que los bosones W y Z adquieren masa debido a la interacción con el campo de Higgs está dada por el mecanismo de Brout-Englert-Higgs, mejor conocido como mecanismo de Higgs, en el cual el campo de Higgs adquiere un valor de expectación en el vacío, rompiendo así las simetrías del Modelo Estándar y propiciando así la aparición de los bosones de Goldstone, ya que el teorema de Goldstone nos dice estos aparecen al romper una simetría [26], que serán absorbidos por los bosones débiles para adquirir masa.

1.2. Teorías de interacciones

Simetrías del Modelo Estándar

Las interacciones del Modelo Estándar están dadas por el grupo simetría de *gauge* $SU(3)_C \otimes SU(2)_L \otimes U(1)_Y$, donde C corresponde a la carga de color, L está dado por *left-handed* e Y corresponde a la hipercarga.

Por tanto va a ser invariante ante transformaciones globales bajo estas simetrías

$$U(1)_Y : \psi \rightarrow e^{iq\theta}\psi, \quad SU(2)_L : \psi \rightarrow e^{i\tau^\mu a_\mu}\psi, \quad SU(3)_C : \psi \rightarrow e^{i\lambda^\mu b_\mu}\psi.$$

Donde θ , a_μ y b_μ corresponden a constantes reales, q la carga asociada a la simetría, por otro lado, λ^μ y τ^μ corresponden a los generadores de cada grupo, siendo estos las matrices Gell-Mann y las matrices de Pauli respectivamente.

Pero se debe considerar que las simetrías del Modelo Estándar son simetrías locales, por lo cual, para lograr una invarianza local se deben definir los términos conocidos como derivadas covariantes

$$\mathcal{D}_\mu^R = \partial_\mu - i\frac{g'}{2}Y_f B_\mu, \quad (1.9)$$

para el caso de singletes *right-handed*

$$\mathcal{D}_\mu^L = \partial_\mu - i\frac{g'}{2}Y_f B_\mu - i\frac{g}{2}\tau_j W_\mu^j, \quad (1.10)$$

para el caso de dobletes *left handed*. Además, si el campo fermiónico interactúa fuertemente se debe agregar el término de interacción fuerte a la derivada covariante

$$-i\frac{g_s}{2}\lambda_\alpha G_\mu^\alpha,$$

1.2.1. La interacción nuclear fuerte

La interacción fuerte está descrita por una teoría de campos conocida como cromodinámica cuántica. Las únicas partículas que interactúan fuertemente son aquellas que poseen carga de color, o sea, los quarks y los gluones.

Como se mencionó anteriormente, los gluones además de ser los mediadores de la interacción fuerte, también poseen carga de color y por tanto también pueden interactuar fuertemente. Una consecuencia de esta propiedad es lo que se conoce como confinamiento los quarks y los gluones se encuentran ligados entre ellos para formar los hadrones y no hay evidencia experimental de que estos puedan ser encontrados en un estado libre [27].

Las interacciones entre los quarks se debilitan mientras menor es la distancia entre ellos, a esto se le conoce como libertad asintótica. En la electrodinámica cuántica existe un fenómeno conocido como efecto de apantallamiento: partículas virtuales polarizan el vacío, atrayendo partículas con carga opuesta y repeliendo partículas con la misma carga. El efecto total cancela el campo EM en una distancia limitada. Un efecto similar ocurre en la cromodinámica cuántica pero, debido a que los gluones poseen carga de color, la polarización del vacío en este caso no cancela el campo, sino que lo incrementa. Este efecto es lo contrario al efecto apantallamiento y hace que la interacción entre quarks aumente con la distancia.

El potencial efectivo entre quarks se puede escribir de la siguiente forma[28]:

$$V = -\frac{4}{3} \frac{\alpha_s(r) \hbar c}{r} + kr, \quad (1.11)$$

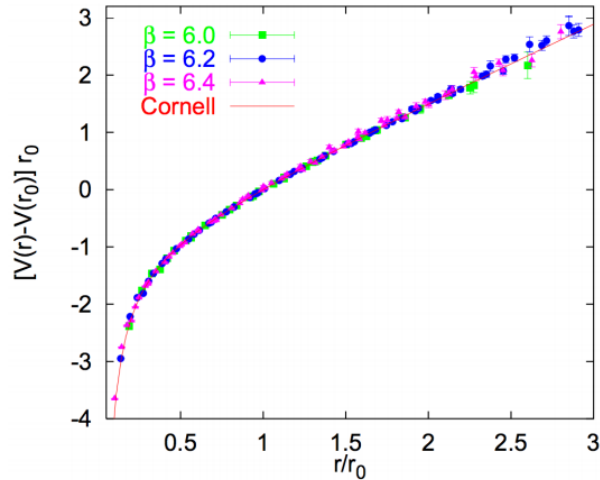


Figura 1.1: Se puede ver que el potencial entre quarks aumenta mientras lo hace la distancia. Figura tomada de [1]

La interacción fuerte se hace más débil a distancias pequeñas, cuando $r \rightarrow 0$, $V \rightarrow -\infty$.

Por otro lado, mientras la distancia entre quarks incrementa, el segundo término del potencial, kr es dominante y la interacción es más fuerte. La constante de acoplamiento fuerte $\alpha_s(r)$ no es en realidad una constante, sino que depende de la separación entre los quarks, volviéndose más pequeña a medida que la separación aumenta. Los quarks se mantienen unidos gracias a los gluones, y cuando la distancia entre los quarks aumenta, el campo gluónico adquiere energía hasta que llega al límite donde hay suficiente energía para crear nuevos pares quark-antiquark. El segundo término de la ecuación representa las líneas de campo entre dos quarks cuando estos se están separando, lo que se conoce como cuerda cromodinámica, y la constante k se conoce como tensión de la cuerda.

1.2.2. La interacción electromagnética

La más conocida de las interacciones fundamentales. Es aquella interacción que se produce entre dos partículas debido a que estas poseen carga eléctrica, produciendo una fuerza de atracción entre cargas opuestas y de repulsión entre cargas iguales. Esta es una interacción de largo alcance, debido a que la partícula mediadora de esta interacción, el fotón, no posee masa como en el caso de la interacción débil y no es auto interactuante como en el caso de la interacción fuerte. En el contexto de física de partículas, la teoría que describe este fenómeno es la electrodinámica cuántica. En ella se describen la interacción entre fotones y partículas cargadas.

Esta interacción está descrita por el lagrangiano electromagnético

$$\mathcal{L} = \bar{\psi}(i\gamma^\mu \mathcal{D}_\mu - m)\psi - \frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu}, \quad (1.12)$$

donde $F^{\mu\nu}$ es el tensor electromagnético, el cual se define usando el cuadri-potencial A_μ

$$F_{\mu\nu} = \partial_\nu A_\mu - \partial_\mu A_\nu, \quad (1.13)$$

1.2.3. La interacción nuclear débil

Es responsable de los decaimientos radiactivos. El rango efectivo de esta interacción es menor al diámetro del protón, lo cual es consistente debido a que las partículas mediadoras de esta interacción, bosones W y Z , son partículas masivas. Es la única interacción fundamental que viola la simetría de paridad, debido a que solamente interactúa con partículas *left-handed*, este hecho fue descubierto durante el experimento de Wu [29]. Además, es la única interacción que permite el cambio de sabor de las partículas, pero siempre manteniendo los números leptónicos y bariónicos. Por ejemplo, en el decaimiento beta, un neutrón pasa a ser un protón debido a que uno de los quarks down se vuelve un quark up.

Fue precedida por la interacción de Fermi [30], la cuál buscaba explicar la desintegración beta. En la actualidad este fenómeno está descrito por la teoría electrodébil, en la cuál la interacción débil es unificada con la interacción electromagnética. Esta teoría surge en los años 60 fue a través de la teoría de Weinberg-Salam [31].

En esta teoría la carga eléctrica de una partícula está dada por los números cuánticos conocidos como el isospin débil I_3 y y la hipercarga Y , a través de la fórmula de Gell-man-Nishijima [32, 33]

$$Q = I_3 + \frac{Y}{2}, \quad (1.14)$$

En esta teoría las partículas *left-handed* poseen isospin $I_3 = \pm\frac{1}{2}$ y se agrupan en dobletes, por otro lado las partículas *right-handed* poseen isospin $I_3 = 0$, y forman singletes.

$$L_e = \begin{pmatrix} \nu_{eL} \\ e_L \end{pmatrix}, e_R, \quad (1.15)$$

En este caso L_e es conocido como doblete leptónico. Ambas partículas tienen una misma hipercarga $Y = -1$, pero distinto isospin, siendo este $I_3 = -\frac{1}{2}$ para el electrón *left-handed* e_L y $I_3 = \frac{1}{2}$ para el neutrino electrónico. Por otro lado, el electrón *right-handed* e_R forma un singlete con isospin $I_3 = 0$ e hipercarga $Y = -2$

Los bosones de *gauge* asociados al isospin son W_μ^1, W_μ^2 y W_μ^3 , los cuales van a estar asociados al generador del grupo $SU(2)$. Por otro lado, va a haber un boson B^μ , asociado a la hipercarga.

1.3. Lagrangiano del Modelo Estándar

El Modelo Estándar describe la dinámica e interacciones que tienen las partículas fundamentales, éstas pueden encontrarse en su lagrangiano, el cual puede dividirse en 4 sectores: el sector de Yang-Mills, el sector covariante, el sector escalar y el sector de Yukawa

$$\mathcal{L}_{ME} = \mathcal{L}_{YM} + \mathcal{L}_{\mathcal{D}} + \mathcal{L}_{\phi} + \mathcal{L}_Y, \quad (1.16)$$

En el sector de Yang-Mills se encuentran descritas los términos cinéticos de los bosones de *gauge*, cuyos campos corresponden a campos de Yang-Mills; esto es que tienen la propiedad de ser invariantes bajo una transformación de local. Está descrito en el término

$$-\frac{1}{4}F_{\mu\nu}^a F^{\mu\nu a},$$

en el cual $F_{\mu\nu}^a$ se define como

$$F_{\mu\nu}^a = \partial_\mu A_\nu^a - \partial_\nu A_\mu^a + gf^{abc} A_\mu^b A_\nu^c, \quad (1.17)$$

donde A corresponde al campo bosónico, f^{abc} es la constante de estructura del grupo y g es la constante de acoplamiento de la interacción.

Debido a que se tienen 3 simetrías, vamos a tener tres términos en este lagrangiano

$$\mathcal{L}_{YM} = -\frac{1}{4}B^{\mu\nu} B_{\mu\nu} - \frac{1}{4}W^{\mu\nu j} W_{\mu\nu}^j - \frac{1}{4}G^{\mu\nu a} G_{\mu\nu}^a, \quad (1.18)$$

Mientras que para el sector covariante vamos a tener el término

$$\mathcal{L}_{\mathcal{D}} = \sum_f \bar{f} \gamma^\mu \mathcal{D}_\mu f, \quad (1.19)$$

tal que $f = L, e_R, Q_L, u_R, d_R$ y \mathcal{D}_μ es la derivada covariante definida anteriormente, dependiendo de la representación en la base $SU(2)$ del fermión asociado.

Para definir el sector y escalar y el sector de Yukawa primero hay que explicar en qué consiste el mecanismo de Higgs.

1.4. Mecanismo de Higgs

Sabemos que cuando se rompe una simetría se genera un bosón de Goldstone, también sabemos que estos son bosones sin masa. Pero las únicas partículas sin masa conocidas en la naturaleza son los fotones, entonces ¿qué ocurre con los bosones de Goldstone, resulta que estos bosones permiten generar la masa para los bosones de *gauge*; a este proceso se le conoce como mecanismo de Higgs.

Se define entonces el doblete de Higgs con hipercarga $Y = \frac{1}{2}$ en el Modelo Estándar, esto debido a que se requiere que rompa la simetría $SU(2)$, además, se quiere conservar la carga la simetría $U(1)$ electromagnética, por tanto el bosón de Higgs no debe tener carga eléctrica. De tal forma se tiene [34]

$$\Phi = \begin{pmatrix} \phi^+ \\ \phi^0 \end{pmatrix}, \langle \Phi \rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{v}{\sqrt{2}} \end{pmatrix}, \quad (1.20)$$

Donde v corresponde al valor de expectación en el vacío del campo. Por otro lado, se tiene para conservar la simetría $U(1)$ electromagnética

$$T^3 + Y = \left(\frac{1}{2}\sigma^2 + \frac{1}{2}I \right) \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{v}{\sqrt{2}} \end{pmatrix}, \quad (1.21)$$

Donde $T^a = \frac{1}{2}\sigma^a$. Entonces para obtener una simetría $U(1)$

$$Q = T^3 + Y = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & -\frac{1}{2} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & \frac{1}{2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad (1.22)$$

Las cuales van a ser las correspondientes cargas de los campos ϕ^+ y ϕ^0 . De esta forma se va a obtener que al romper las simetrías $SU(2)_L \otimes U(1)_Y \rightarrow U(1)_{EM}$.

Entonces definiendo el doblete de Higgs luego del rompimiento como

$$H = \begin{pmatrix} \chi^+ \\ \frac{v_h + \sigma_h + i\chi_h}{\sqrt{2}} \end{pmatrix}, \quad (1.23)$$

y volviendo al lagrangiano $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$, vamos a obtener un término de la forma

$$\mathcal{L}_\phi = \frac{1}{2}\partial_\mu\sigma_h\partial^\mu\sigma_h + \frac{1}{8}[(-gW_\mu^3 + g'B_\mu)^2 + g^2(W_\mu^-W^{-\mu} + W_\mu^+W^{+\mu})](\sigma_h + v_h)^2. \quad (1.24)$$

De esta forma los campos W_μ^+ y W_μ^- adquieren masa, tiendo así que $M_{W^+}^2 = M_{W^-}^2 = \frac{1}{4}g^2v^2$. Estos campos están dados por

$$W_\mu^- = \frac{W_\mu^1 + iW_\mu^2}{\sqrt{2}}, W_\mu^+ = \frac{W_\mu^1 - iW_\mu^2}{\sqrt{2}}, \quad (1.25)$$

Por otro lado vamos a tener términos de mezcla para las masas de W^3 y B , por tanto se debe diagonalizar la matriz de masa para estos términos y como resultado nuevos campos con masa definida que van a estar definidos como combinación de los estados de interacción

$$\begin{pmatrix} Z_\mu \\ A_\mu \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \theta_W & -\sin \theta_W \\ \sin \theta_W & \cos \theta_W \end{pmatrix} \begin{pmatrix} W_\mu^3 \\ B_\mu \end{pmatrix}, \quad (1.26)$$

Donde Z_μ y A_μ van a corresponder a los campos del boson Z y del fotón respectivamente. Además el ángulo θ_W se conoce como ángulo de mezcla débil o ángulo de Weinberg, y va a estar dado por

$$\cos \theta_W = \frac{g}{\sqrt{g^2 + g'^2}}, \sin \theta_W = \frac{g'}{\sqrt{g^2 + g'^2}}, \quad (1.27)$$

Y finalmente el sector de Yukawa va a estar dado por las interacciones entre fermiones y el doblete de Higgs

$$\mathcal{L}_y = -\mathcal{Y}_{\alpha\beta}^l \bar{L}_\alpha H l_{R\beta} - \mathcal{Y}_{\alpha\beta}^u q_{L\alpha} \tilde{H} q_{R\beta}^u - \mathcal{Y}_{\alpha\beta}^d q_{L\alpha} H q_{R\beta}^d, \quad (1.28)$$

Donde $\tilde{H} = i\sigma^2 H^*$; α y β representan los índices de sabor; y las matrices \mathcal{Y} son matrices que contienen los acoplamientos de Yukawa, los cuales deben ser perturbativos, por tanto se va a tener para todo Yukawa que $|y| \leq \sqrt{4\pi}$.

Esto concluye el Modelo Estándar, sin embargo, como ya se mencionó, hay fenómenos que no están contemplados en este, como la materia oscura, por tanto se deben agregar extensiones a este modelo para explicarlas.

Capítulo 2

Materia oscura

2.1. Evidencia

Es un hecho aceptado por gran parte de la comunidad científica que la materia oscura está presente en el universo. La evidencia al respecto a ido incrementando continuamente desde que Fritz Zwicky aplicó el teorema de virial en cúmulos globulares [35], con lo cual determinó que habia materia no visible que influiría en las velocidades orbitales de los dichos cúmulos. Ahora entendemos que la materia oscura es un instrumento importante a escalar cosmológicas, participando en las formación de grandes estructuras, desde galaxias hasta cúmulos de galaxias. En está sección se presentarán algunas de las evidencias observacionales de la materia oscura.

2.1.1. Galaxias espirales

En galaxias espirales, como la vía láctea, la velocidad de rotación de las estrellas $v_c(r)$ es radialmente dependiente y puede ser derivada simplemente usando el potencial gravitacional

$$v_c(r) = \sqrt{\frac{GM(r)}{r}} \quad (2.1)$$

Donde la masa contenida en el radio es dada por

$$M(r) = \int \rho(r, \theta, \phi) r^2 d\phi d\cos\theta dr \quad (2.2)$$

Y $\rho(r, \theta, \phi)$ es la densidad de materia. Asumiendo simetría esférica, $\rho(r) \rightarrow M(r) = 4\pi \int \rho(r) r^2 dr$. Es posible medir la distribución de masa de la materia luminosa,

inferir la velocidad de rotación y compararla con las mediciones directas basadas en el efecto Doppler de las líneas espectrales.

En 1970 se descubrió gracias mediciones para la galaxia Andrómeda [36], y luego fue confirmado en estudios posteriores [37] en los 80s y 90s, que la velocidad de rotación en galaxias espirales es demasiado grande para deberse solo a la masa de la materia luminosa, y que debía haber más materia de la que podemos ver. Como se ve en la Figura 4.1, la velocidad de rotación es casi constante para radios grandes, y utilizando las ecuaciones 2.1 y 2.2, esto implica que la densidad de materia oscura para las regiones externas es $\rho(r) \propto r^{-2}$.

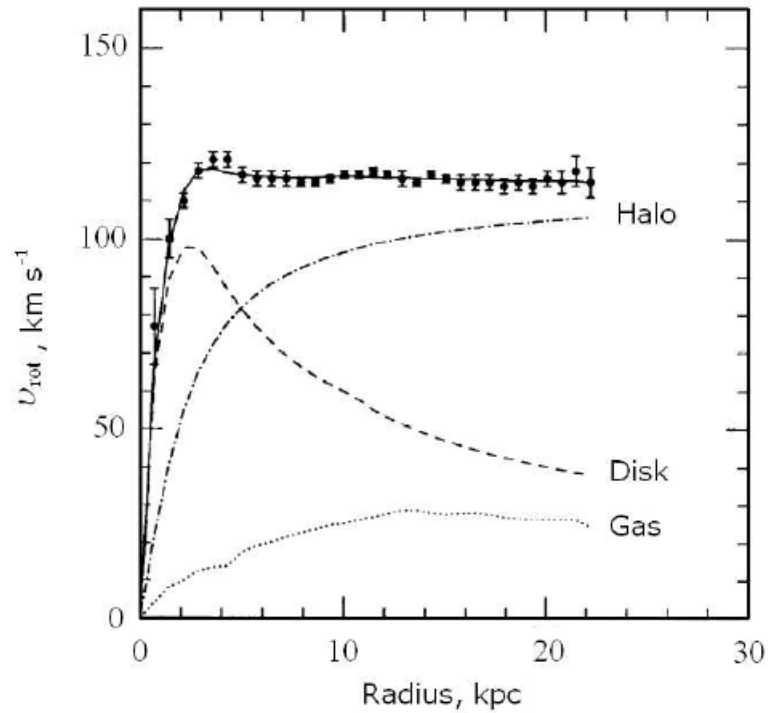


Figura 2.1: Se puede apreciar que la velocidad de rotación teórica no concuerda con la velocidad de rotación medida. Figura tomada de [2]

2.1.2. Cúmulos galácticos

Los cúmulos galácticos son las mayores estructuras en el universo, son grupos de galaxias, del orden $\mathcal{O}(10^1 - 10^3)$, ligadas gravitacionalmente.

El componente de materia luminosa dominante proviene de un gas emisor de rayos X extremadamente caliente ($T \sim 10^6 - 10^7 K$) [38]. Esto proporciona una idea sobre la masa de la materia bariónica visible, ya que los rayos X producidos por la escala de radiación de Bremsstrahlung $\propto n^2$ donde n es la densidad del número de electrones.

La velocidad de las galaxias en el cúmulo (medida mediante cambios Doppler) conduce a la llamada masa dinámica, $v(r^2) = GM(r)/r$. Esto se puede comparar con las masas de los cúmulos derivadas por otros medios, por ejemplo usando las relaciones masa-luminosidad se encontró que la masa dinámica supera con creces la masa inferida de luminosidades; sin materia oscura, los cúmulos no estarían ligados gravitacionalmente. De hecho, este fue el primer indicio de observación de la materia oscura en 1937 [35].

Con la teoría de la relatividad general surge un fenómeno que también se puede utilizar para medir la masa de los cúmulos de galaxias. Cuando la luz de una galaxia distante y brillante viaja a la tierra, se dobla bajo la influencia gravitacional de cualquier masa que intervenga, Si una masa suficientemente grande (digamos, un cúmulo) se encuentra entre nosotros y la galaxia distante, la curvatura de la luz puede ser muy distintiva, resultando en distorsiones concéntricas muy alargadas y en el extremo del efecto, una fuente puntual de luz se puede lente para que parezca un anillo perfecto (un anillo de Einstein). Este efecto se le llama lensing gravitacional [39].

En última instancia, la masa de las galaxias puede medirse sin depender de la materia visible, sino de la masa total de la materia en la galaxia. De esta manera el lensing gravitacional debe incluir materia oscura, y de hecho se observa que la masa inferida por el lensing supera lo que se mide a partir de la emisión de rayos X.

Un ejemplo particularmente sorprendente es el del cúmulo de la Bala, que en realidad es el resultado de una colisión entre dos grupos. La materia bariónica es visible desde la emisión de rayos X, y la masa total se infiere del lensing.

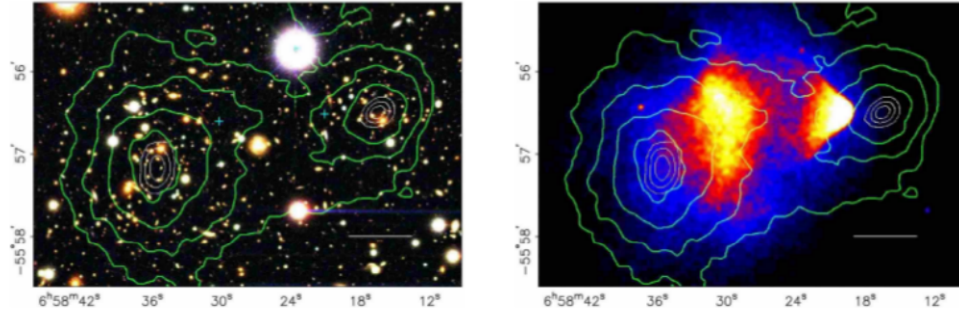


Figura 2.2: Cúmulo de la Bala, los contornos verdes indican la ubicación de los centros de masa inferidos por el lensing gravitacional, mientras que las distribuciones rojas y azules permiten ubicar los centros de masa dados por la emisión de rayos X . Figura tomada de [3]

2.1.3. El fondo cósmico de microondas

También se puede encontrar evidencia de materia oscura a través del fondo cósmico de microondas. Después del Big Bang, las perturbaciones de densidad iniciales en el universo evolucionaron de acuerdo con ecuaciones de fluidos acoplados que incluyen la expansión del universo [40]. El scattering de Thompson entre electrones dejó el universo opaco hasta la recombinación de electrones y materia ionizada (con un corrimiento al rojo de alrededor de $z \sim 1100$, o $\sim 380,000$ años desde el Big Bang), momento en el que los fotones fluyen libremente hasta hoy en día. La expansión cosmológica ha desplazado al rojo estos fotones a energías de microondas y se les conoce como el Fondo Cósmico de Microondas (CMB), hipotetizado en 1948 [41] y descubierto por primera vez en 1964 [42].

Los tres componentes principales del universo que dominan su evolución antes de la recombinación son la materia oscura, los bariones y los fotones. Antes de la recombinación, el scattering de Thompson mantiene los bariones y los fotones estrechamente acoplados, mientras que la materia oscura solo se acopla gravitacionalmente. Los efectos en conjunto del colapso interno de la gravedad creado por los bariones y la materia oscura, con la presión de los fotones hacia afuera, permiten generar ondas sonoras en el fluido barión-fotón con una velocidad $c_s \sim \frac{c}{\sqrt{3}}$ que se denomina Oscilación Acústica Bariónica.

Las ondas de sonido resultantes oscilan una vez que entran en el horizonte (el borde causal en expansión del universo, es decir, la distancia máxima recorrida por la

luz desde el Big Bang), pero se congelan en la recombinación. Para una perturbación dada (denotado por su número de onda, k) si la congelación ocurre en un máximo (mínimo) de oscilación, entonces la sobredensidad resultante (subdensidad) creará un pico en el CMB en escalas angulares que corresponden a k .

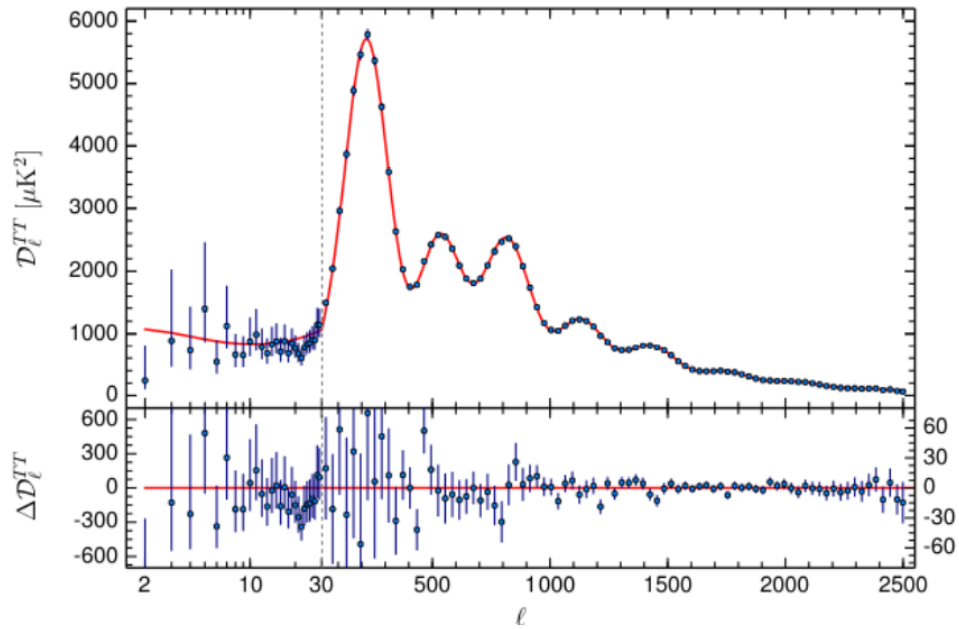


Figura 2.3: Espectro de temperaturas del fondo cósmico de microondas. Figura tomada de [4]

El primer pico en el CMB se forma así a partir de una perturbación que entra en el horizonte y oscila hasta su primer máximo. Los picos más altos del CMB han pasado más tiempo dentro del horizonte y completaron más oscilaciones. Nótese que los picos alternan entre perturbaciones sobredensas y subdensas, por lo que esperamos que los picos correspondientes a perturbaciones subdensas sean menores, ya que, debido a la gravedad de la materia oscura y los bariones, estas regiones tienden a reducir su perturbación, en comparación con las sobredensidades que la aumentarán. Además, los picos más altos son amortiguados por el fluido de fotones; los picos altos corresponden a distancias pequeñas, que son eliminadas por los fotones que tienen una trayectoria libre de media finita [43]. La perturbación de densidad presente en la recombinación se manifiesta como pequeñas fluctuaciones de temperatura en los fotones del fondo cósmico, $\Delta T(\theta, \phi)/T$ (con $T = 2,75$), que luego se descompone en

armónicos esféricos de orden l multipolar. El espectro fondo cósmico de microondas en sí se muestra en la Figura 2.3, la ubicación y los tamaños de los picos revelan una gran cantidad de información sobre nuestro universo. La ubicación del primer pico ($l \sim 200$) es una indicación de la curvatura del universo, consistente con $k = 0$ (plano). La altura del segundo pico determina la cantidad de materia regular en el universo $\sim 5\%$. El tercer pico se puede utilizar para determinar la cantidad de materia oscura, $\sim 26,8\%$, y densidad fósil $\Omega_c h^2 = 0,1199 \pm 0,0027$.

2.2. Candidatos

Sabemos entonces que la materia oscura existe, pero no sabemos qué es ni cómo se comporta. Surgen entonces diversos candidatos a materia oscura, tales como los neutralinos[44], los fotones oscuros [45], los agujeros negros primordiales[46], entre muchos otros. En este trabajo el candidato a materia oscura en el que nos vamos a centrar es el Majoron[47, 48].

2.2.1. Majoron

Los majorones son bosones de Goldstone masivos, están asociados al rompimiento de simetría del número leptónico y por tanto están estrechamente relacionados a los neutrinos masivos de tipo Majorana. Debido a que poseen masa se les conoce como pseudo-bosones de Goldstone, la forma en la adquieren masa va a depender del modelo que se esté estudiando. Podría adquirirla, por ejemplo, por simetrías rotas debido a la gravedad.

En su forma más simple, el Majoron J corresponde a la parte imaginaria de un escalar cargado bajo una simetría de número leptónico, que adquiere un valor de expectación en el vacío, rompiendo así dicha simetría espontáneamente

$$\sigma = \frac{(f + \sigma^0 + iJ)}{\sqrt{2}} \quad (2.3)$$

Además, agregando 3 neutrinos *right-handed* al modelo, se obtiene en el lagrangiano

$$\mathcal{L} = \mathcal{L}_{ME} + \bar{N}_R \gamma^\mu \partial_\mu N_R + (\partial_\mu \sigma)^\dagger (\partial^\mu \sigma) - V(\sigma) - (y_\alpha \bar{N}_R \tilde{H} L_\alpha + \frac{\lambda}{2} \bar{N}_R^c N_R \sigma + h.c), \quad (2.4)$$

por tanto, al adquirir un valor de expectación tanto el doblete de Higgs como el campo σ , van a aparecer el Majoron y los términos bilineales asociados a la masa de los neutrinos, los cual va a estar asociado al mecanismo de *seesaw*, que se explicará más adelante.

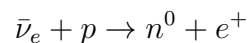
Es entonces tentador proponer al Majoron como materia oscura, ya que de esta forma se puede obtener un candidato para materia oscura, siempre y cuando el Majoron sea lo suficientemente estable a escala cosmológica, y aparece también una forma de darle masa a los neutrinos. Además, sería potencialmente detectable debido al decaimiento característico a dos neutrinos monoenergéticos que tienen los modelos con majorones ($J \rightarrow \nu\nu$).

Capítulo 3

Neutrinos

3.1. Historia

Los neutrinos fueron postulados por primera vez en 1930 por Wolfgang Pauli, proponiendo este que había una partícula invisible emitida junto con el electrón durante el decaimiento beta[30], con lo cuál se conservaría la energía del proceso y explicaría el espectro continuo de energía en el decaimiento beta. El nombre "neutrino" fue acuñado por Enrico Fermi durante una conferencia en París, en julio del 1932. No sería hasta 1954 que esta partícula sería detectada experimentalmente por el experimento de Clyde Cowan y Frederick Reines; los cuales usaron el decaimiento beta inverso [49].



El positrón resultante se aniquila con un electrón y emite radiación gamma, además también se emite radiación gamma durante el proceso de captura del neutrón por algún núcleo atómico. Teniendo estas dos emisiones como señales de la interacción de antineutrinos.

Con los años se siguieron haciendo experimentos de detección de neutrinos, surgiendo como resultado del experimento de Raymond Davis [50], en 1969, el problema de los neutrinos solares, esto debido a que el número de neutrinos detectados resultaba ser entre la mitad y una tercera parte del valor esperado. Este problema sería

resuelto por los experimentos realizados en el SNO[51] y el Super Kamiokande[52]; con lo cual se descubrió que los neutrinos pueden pasar de un estado a otro, siendo este fenómeno conocido como oscilación de neutrinos, lo cual puede suceder solamente si los neutrinos son partículas masivas. Ocurre entonces que los estados de sabor y los estados de masa de los neutrinos, siendo así un estado de sabor de los neutrinos una mezcla de los distintos estados de masa

$$\begin{bmatrix} \nu_\tau \\ \nu_\mu \\ \nu_e \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} U_{e1} & U_{e2} & U_{e3} \\ U_{\mu1} & U_{\mu2} & U_{\mu3} \\ U_{\tau1} & U_{\tau2} & U_{\tau3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \nu_1 \\ \nu_2 \\ \nu_3 \end{bmatrix} \quad (3.1)$$

donde la matriz de que mezcla los estados de masa se conoce como la matriz de Pontecorvo–Maki–Nakagawa–Sakata (PMNS) y ν_1, ν_2 y ν_3 son los autoestados de masa definida.

Surge entonces un problema, los neutrinos son partículas masivas, pero el límite superior para la masa de los neutrinos es de 1.1 eV [53], por tanto resulta inverosímil que estos adquieran masa debido a la interacción con el campos de Higgs, debido a que el término de Yukawa debería tener un valor demasiado bajo. Por tanto surgen mecanismos para explicar la masa de los neutrinos.

3.2. Partículas de Majorana

Una partícula de Majorana [54] es a su vez su propia antipartícula, a diferencia de las partículas de tipo Dirac, donde está claro que partícula y antipartícula no son lo mismo. Para que esto sea posible, debe tratarse de una partícula con carga neutra, como es el caso de los neutrinos. De ser así el espinor asociado a los neutrinos debería cumplir con la condición de Majorana

$$\psi = \begin{pmatrix} \chi \\ \chi^c \end{pmatrix} \leftrightarrow \psi^c = \begin{pmatrix} \chi \\ \chi^c \end{pmatrix} \quad (3.2)$$

Una forma de determinar si los neutrinos corresponden a partículas de Majorana es con el decaimiento beta doble sin neutrinos ($0\nu\beta\beta$) [55], ya que si neutrino fuera su propia antipartícula, los dos neutrinos producidos en el decaimiento beta deberían aniquilarse. Pero hasta ahora no se ha logrado determinar la naturaleza de los neutrinos con dichos experimentos.

3.3. Posibles mecanismos para generara la masa de los neutrinos

3.3.1. Mecanismo de seesaw

En la teoría electrodébil, no hay neutrinos *right-handed* involucrados, por esta razón, los neutrinos permanecen sin masa a pesar del rompimiento de simetría. Asumiendo la existencia de los neutrinos *right-handed* los neutrinos podrían adquirir masa a través del mecanismo de Higgs, al igual que los leptones cargados, sin embargo este método falla en explicar la pequeñez de la masa de los neutrinos.

En el mecanismo de *seesaw* [56], se asume que el número leptónico se ha roto a altas energías. Una forma de hacer esto es asignar a cada leptón cargado un neutrino *right-handed*, obteniendo así los términos de masa

$$\mathcal{L} = -y_\alpha \bar{N}_R \tilde{H} L_\alpha - \frac{1}{2} M_R \bar{N}_R^c N_R + h.c \quad (3.3)$$

Donde L_α corresponde al doblete leptónico asociado al leptón $\alpha = e, \mu, \tau$; H corresponde al doblete de Higgs, y el término $\tilde{H} = i\sigma^2 H^*$, siendo H^* complejo conjugado del doblete de Higgs, el cuál al adquirir valor de expectación va a generar términos de masa tipo Dirac m_D , mientras que N_R es el neutrino *right-handed* agregado que genera masas tipo Majorana M_R . Obteniendo así la matriz de masa

$$M_n = \begin{bmatrix} 0 & m_D \\ m_D & M_R \end{bmatrix} \quad (3.4)$$

En la cual m_D corresponde a un termino de masa tipo dirac, asociada a los términos $\bar{\nu}_L^c N_R$ y $\bar{N}_R^c \nu_L$, donde ν_L corresponde al neutrino *left-handed* y N_R corresponde al neutrino *right-handed*; y un termino de masa de tipo Majorana, asociada al término $\bar{N}_R^c N_R$. Al diagonalizar esta matriz se pueden obtener los valores para los autoestados de masa, de tal forma que la densidad lagrangiana queda de la forma

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{2}(m_{n1} \bar{\nu}_1 \nu_1 + m_{n2} \bar{\nu}_2 \nu_2) \quad (3.5)$$

así se obtienen dos campos de Majorana masivos; para $M_R \gg m_D$, se tiene que $m_{n1} \simeq m_D^2/M_R$, lo cual sería lo suficientemente pequeño para explicar la masa de los neutrinos si M_R es lo suficientemente grande, por otro lado se tendría que $m_{n2} \simeq M_R$.

ν_2 se conoce como neutrino estéril, ya que no interactúa a través de las interacciones fundamentales salvo la gravedad.

Es fácil ver por qué se le llama mecanismo de *seesaw*, que significa balancín en inglés, debido a que cuando una de las masas sube, la otra baja, explicando así la pequeñez de la masa de los neutrinos. Sin embargo para que esto ocurra la masa M_R debe ser $\mathcal{O}(10^{18} GeV)$, lo cuál es demasiado grande para ser observado con la tecnología actual.

3.3.2. Mecanismo de seesaw inverso

El mecanismo de *seesaw* inverso [17, 18], también conocido como mecanismo de *seesaw* de baja escala, requiere un neutrino más que en el caso original obteniendo así los términos bilineados asociados a las masas

$$\mathcal{L} = -m_D \bar{\nu}_L N_{R1} - M \bar{N}_{R2} N_{R1} - \frac{\mu}{2} \bar{N}_{R2}^c N_{R2} + h.c \quad (3.6)$$

donde N_{R1} y N_{R2} son neutrinos *right-handed*. Para este lagrangiano, la matriz de masa para la base de estados de interacción $\Psi_I^T = (\nu_L, N_{R1}^c, N_{R2}^c)$ va a estar dada por

$$M_n = \begin{bmatrix} 0 & m_D & 0 \\ m_D & 0 & M \\ 0 & M & \mu \end{bmatrix} \quad (3.7)$$

Con $M \gg m_D \gg \mu$. En este caso usaremos la siguiente matriz unitaria para diagonalizar la matriz de masa

$$U_I = \begin{bmatrix} 1 & \frac{m_D \mu}{M^2 + m_D^2} & -\frac{m_D}{M} \\ \frac{i m_D}{\sqrt{2} M} & \frac{i}{\sqrt{2}} & -\frac{i}{\sqrt{2}} \\ \frac{m_D}{\sqrt{2} M} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix} \quad (3.8)$$

Donde la diagonalización va a estar dada por

$$U_I^T M_n U_I = \begin{bmatrix} \left(\frac{m_D}{M}\right)^2 \mu & 0 & 0 \\ 0 & M + \frac{m_D^2}{M} + \frac{\mu}{2} & \frac{i\mu}{2} \\ 0 & \frac{i\mu}{2} & M + \frac{m_D^2}{M} - \frac{\mu}{2} \end{bmatrix} \quad (3.9)$$

En este caso, la masa para el neutrino activo va a ser $m_{n1} = \left(\frac{m_D}{M}\right)^2 \mu$, mientras que la de los neutrinos masivos va a ser $m_{n2} = M + \frac{m_D^2}{M} - \frac{\mu}{2}$ y $m_{n3} = M + \frac{m_D^2}{M} + \frac{\mu}{2}$.

Podemos observar que la matriz es diagonal si $\mu \rightarrow 0$. Sin embargo μ no puede ser exactamente 0, debido a que el término de masa de los neutrinos, quedaría anulado, pero sabemos que el término μ va a tener un valor pequeño debido al término de masa de los neutrinos. Si queremos que este término de masa sea del orden $\mathcal{O}(10^{-1} GeV)$, entonces vamos a tener que $M \sim 100$ TeV, $m_D \sim 10$ GeV y $\mu \sim 10$ MeV. De esta forma los términos de las entradas diagonales son cero o muy cercanos a cero y la matriz queda diagonalizada perturbativamente.

Es importante resaltar la escala de estos parámetros en comparación con los del mecanismo de *seesaw* original. En el caso del *seesaw* original se tiene un término M_R a una escala de $\mathcal{O}(10^{18} GeV)$, mientras que en el caso del mecanismo inverso se puede escoger una escala mucho más baja para el término M , siempre que el valor de μ también sea bajo.

Por último vamos a tener que los estados de interacción se van a obtener como una mezcla de los estados de masa

$$\Psi_I = U_I^T \Psi_m \quad (3.10)$$

donde Ψ_I representa la base de los estados de interacción y Ψ_m la base de los estados de masa, siendo estos

$$\Psi_I = \begin{pmatrix} \nu_{eL} \\ N_{R1}^c \\ N_{R2}^c \end{pmatrix}, \quad \Psi_m = \begin{pmatrix} n_{1L} \\ n_{2L} \\ n_{3L} \end{pmatrix} \quad (3.11)$$

Capítulo 4

Mecanismo de seesaw inverso espontáneo

En el caso del mecanismo de *seesaw* inverso espontáneo, los términos de masa para los neutrinos aparecen en el lagrangiano debido a la introducción de dos nuevos escalares al modelo, los cuales al adquirir un valor de expectación en el vacío rompen la simetría $U(1)_{Lep}$ local, teniendo como resultado la aparición de un Majoron y un bosón Z' [57]. Tanto para el análisis de modelo como para la realización de los gráficos se utilizó Mathematica [58].

4.1. Modelo

En este modelo vamos a trabajar con el siguiente lagrangiano para el sector de los fermiones [5]

$$\mathcal{L}_{ISS} = \mathcal{L}_{ME} - y_L \bar{L} \tilde{H} N_1^c - y_S S^\dagger \bar{N}_2 N_1^c - \frac{y_X}{2} X^\dagger \bar{N}_2^c N_2 + h.c \quad (4.1)$$

donde \mathcal{L}_{ME} corresponde al lagrangiano del Modelo Estándar, N_1 y N_2 corresponden a los nuevos neutrinos *right-handed*, L es el doblete leptónico asociado al electrón $L^T = (\nu_{eL}, e_L^-)$, por otro lado $\tilde{H} = i\sigma^2 H^*$, siendo H^* complejo conjugado del doblete de Higgs, que es definido como $H^T = (\chi^+, (v_h + \sigma_h + i\chi_h)/\sqrt{2})$, donde σ_h corresponde a componente escalar del doblete de Higgs, mientras que por otro lado χ_h es la componente pseudoescalar de dicho doblete, además se tiene valor de

expectación en el vacío $v_h \simeq 246 \text{ GeV}$ y por último χ^+ corresponde a la componente longitudinal del bosón W^+ .

Por otro lado tenemos los escalares S y X , los cuales estarán cargados bajo el número leptónico pero no transformarán bajo otras simetrías del Modelo Estándar. La forma que tendrán estos campos luego del rompimiento espontáneo de simetría corresponde a

$$S = \frac{1}{\sqrt{2}}(v_S + \sigma_S + i\chi_S) \quad (4.2)$$

$$X = \frac{1}{\sqrt{2}}(v_X + \sigma_X + i\chi_X) \quad (4.3)$$

De forma análoga al caso del doblete de Higgs se va a tener en los nuevos escalares la parte escalar, la parte pseudoescalar y el valor de expectación respectivo de a cada escalar. Entonces cuando ocurre el rompimiento de simetría se van a generar los términos de masa en el lagrangiano, los cuales van a depender de los valores de expectación de los nuevos escalares y del Higgs

$$m_D = \frac{y_L v_h}{\sqrt{2}} \quad M = \frac{y_S v_S}{\sqrt{2}} \quad \mu = \frac{y_X v_X}{\sqrt{2}} \quad (4.4)$$

Debido a que $M \sim 100 \text{ TeV}$ y $\mu \sim 10 \text{ MeV}$, además, considerando que los acoplamientos de Yukawa no pueden exceder el límite perturbativo, esto significa que los valores de estos acoplamientos deben encontrarse entre 0 y $\sqrt{4\pi}$, se va a tener que

$$v_S > \frac{M}{\sqrt{2\pi}} \quad v_X > \frac{\mu}{\sqrt{2\pi}} \quad (4.5)$$

lo que se corresponde con $v_S > 50 \text{ TeV}$ y $v_X > 5 \text{ MeV}$, con lo cual estos valores de expectación van a estar acotados inferiormente pero no superiormente. Por otro lado, no hay problemas para definir m_D debido a que v_h posee un valor bien definido ($v_h = 246 [\text{GeV}]$).

Por otro lado, el potencial escalar asociado a los nuevos escalares S y X va a estar dado por

$$V_{SX} = -\mu_S^2 |S|^2 + \lambda_S |S|^4 - \mu_X^2 |X|^2 + \lambda_X |X|^4 + \lambda_5 |X|^2 |S|^2 + V_I \quad (4.6)$$

los términos μ_i^2 corresponden a términos de masa mientras que λ_i corresponde a los acoplamientos.

	L	N_1	N_2	S	X
$SU(2)_L$	2	1	1	1	1
$U(1)_Y$	1/2	0	0	0	0
$U(1)_{Lep}$	1	-1	3/5	2/5	6/5

Tabla 4.1: Asignación de cargas del modelo para los nuevos campos y el doblete leptónico bajo las simetrías $SU(2)_L$, $U(1)_Y$ y $U(1)_{Lep}$

El término V_I va a permitirnos determinar la carga leptónica de los nuevos escalares. En este trabajo se va a considerar

$$V_I = \lambda_j X S^{\dagger 3} + h.c \quad (4.7)$$

de esta forma podemos ver que para que se conserve la simetría $U(1)_{Lep}$ la carga que deben tener los nuevos campos va a estar dada en la tabla 4.1.

Finalmente el término del potencial que incluye el potencial que incluye la interacción con el doblete de Higgs corresponde a

$$V_{HSX} = -\mu_H^2 H^\dagger H + \lambda_H (H^\dagger H)^2 + \lambda_{HS} |S|^2 H^\dagger H + \lambda_{HX} |X|^2 H^\dagger H \quad (4.8)$$

en donde μ_H^2 es el parámetro de masa del Higgs, λ_H es el acoplamiento del término cuártico de interacción del Higgs. Por otro lado λ_{HS} y λ_{HX} son términos de acoplamiento entre el Higgs y los nuevos campos.

Siendo entonces el potencial escalar completo

$$V_{escalar} = V_{SX} + V_{HSX} \quad (4.9)$$

Los términos μ_i^2 van a ser calculados utilizando las ecuaciones de Tadpole [59]

$$\left. \frac{\partial V_{escalar}}{\partial s_0^i} \right|_{s_0=0} = 0 \quad (4.10)$$

donde $s_0^T = (\sigma_S, \sigma_X, \sigma_h, \chi_S, \chi_X)$, teniendo como resultado

$$\mu_S^2 = \frac{1}{2} v_S^2 (2\lambda_S + \lambda_{HS} \epsilon^2 + \omega(3\lambda_j + \lambda_5 \omega)) \quad (4.11)$$

$$\mu_X^2 = \frac{v_S^2 (\lambda_j + \omega(\lambda_5 + \lambda_{HX} \epsilon^2 + 2\lambda_X \omega^2))}{2\omega} \quad (4.12)$$

$$\mu_H^2 = \frac{1}{4}v_S^2(2\lambda_{HS} + \lambda_{HS}\epsilon^2 + 2\lambda_{HX}\omega^2) \quad (4.13)$$

donde $\epsilon = \frac{v_h}{v_S}$ y $\omega = \frac{v_X}{v_S}$

4.1.1. Boson Z'

Se busca dentro del modelo un candidato a materia oscura, por tanto se necesita que sea estable a escalas cosmológicas, sin embargo, sucede que nuestro candidato a materia oscura, el Majoron, podría tener un canal de decaimiento a tres bosones de Goldstone

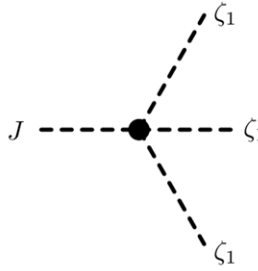


Figura 4.1: Decaimiento de Majoron J a 3 bosones de Goldstone ζ_1 . Figura tomada de [5]

por lo cual este no podría ser un candidato a materia oscura estable. Esto puede arreglarse al promover la simetría $U(1)_{lep}$ a una simetría local, de esta forma vamos a obtener un nuevo boson de *gauge* Z' , el cual va a interactuar con aquellos campos que estén cargados bajo el número leptónico.

Entonces se debe agregar el término covariante correspondiente al lagrangiano

$$\mathcal{D}_\mu = \partial_\mu - i\frac{g_B}{2}Y_B Z'_\mu \quad (4.14)$$

en la que Y_B corresponde a la carga leptónica, cuyos valores pueden encontrarse en la tabla 4.1, y g_B va a ser el acoplamiento asociado a este nuevo bosón. Entonces, vamos a tener que las interacciones del bosón Z' van a estar dadas por

$$\mathcal{L} = (\mathcal{D}_\mu S)^\dagger \mathcal{D}^\mu S + (\mathcal{D}_\mu X)^\dagger \mathcal{D}^\mu X + \frac{i}{2}\bar{\psi}\gamma^\mu \mathcal{D}_\mu \psi \quad (4.15)$$

Donde \mathcal{D}_μ corresponde a la derivada covariante definida en la ecuación 4.14 y $\psi = e_R, e_L, \mu_L, \mu_R, \tau_L, \tau_R, \nu_{eL}, \nu_{\mu L}, \nu_{\tau L}, N_{R1}, N_{R2}$ corresponde a los leptones. Podemos ver entonces que al adquirir valor de expectación los campos S y X , como se ve en las ecuaciones 4.2 y 4.3, vamos a obtener un término de masa para este nuevo bosón de *gauge*

$$M_{Z'}^2 = \frac{g_B}{2} v_s^2 (1 + 9\omega^2) \quad (4.16)$$

queda entonces suprimido este canal de decaimiento si la masa de los bosones Z' es lo suficientemente grande compara con la del Majoron.

4.2. Términos de masa

Los términos de la matriz de masa tanto para el sector escalar como para el sector pseudoescalar va a estar dada por

$$\left. \frac{\partial^2 V_{escalar}}{\partial s_0^i \partial s_0^j} \right|_{s_0=0} \equiv \{M\}_{ij} \quad (4.17)$$

Entonces vamos a tener la matriz de masa para escalares y pseudoescalares que podemos dividir en dos bloques

$$M_{masa}^2 = \begin{bmatrix} M_{escalar}^2 & 0 \\ 0 & M_{pseudoescalar}^2 \end{bmatrix} \quad (4.18)$$

donde el bloque pseudoescalar está asociado a las partes imaginarias de S y X , siendo estas χ_S y χ_X respectivamente, y el bloque escalar va a estar asociado a la parte real de H , S y X , las cuales son σ_h , σ_S y σ_X . Tenemos entonces, utilizando la ecuación 4.16 que estos bloques son

$$M_{pseudoescalar}^2 = \frac{v_S^2}{2} \lambda_j \begin{bmatrix} 9\omega & -3 \\ -3 & \frac{1}{\omega} \end{bmatrix} \quad (4.19)$$

$$M_{escalar}^2 = \frac{v_s^2}{2} \begin{bmatrix} \lambda_H \epsilon^2 & 2\lambda_{HS} \epsilon & 2\lambda_{HX} \epsilon \omega \\ 2\lambda_{HS} \epsilon & 4\lambda_S + 3\lambda_j \omega & 3\lambda_j + 2\lambda_5 \omega \\ 2\lambda_{HX} \epsilon \omega & 3\lambda_j + 2\lambda_5 \omega & -\frac{\lambda_j}{\omega} + 4\lambda_X \omega^2 \end{bmatrix} \quad (4.20)$$

los cuales van a ser diagonalizados de forma $RM^2R^T = M_{diagonal}^2$, siendo R una matriz unitaria. Por tanto la relación entre los estados de masa y los estados de interacción va a estar dada por $\Psi_I = R\Psi_m$.

Partiendo por la diagonalización del sector pseudoescalar vamos a tener la matriz unitaria

$$R_{pse} = \begin{bmatrix} \cos \theta_{pse} & -\sin \theta_{pse} \\ \sin \theta_{pse} & \cos \theta_{pse} \end{bmatrix} \quad (4.21)$$

en este caso para diagonalizar la matriz vamos a obtener, como se ve en el Anexo 1, que los valores de ω y λ_j deben ser

$$\omega = -\frac{\tan \theta_{pse}}{3} \quad (4.22)$$

$$\lambda_j = \frac{2M_j^2 \cos \theta_{pse} \sin \theta_{pse}}{3v_{\mathbb{S}}^2} \quad (4.23)$$

donde M_j corresponde a la masa del Majoron, de esta forma se va a tener al diagonalizar

$$R_{pse}M_{pseudoescalar}^2R_{pse}^T = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & M_j^2 \end{bmatrix} \quad (4.24)$$

podemos entonces describir los estados de interacción como mezcla del Majoron J y del boson Z'

$$\chi_S = -\sin \theta_{pse}J + \cos \theta_{pse}Z' \quad (4.25)$$

$$\chi_X = \cos \theta_{pse}J + \sin \theta_{pse}Z' \quad (4.26)$$

Por otro lado, la parte escalar va a ser diagonalizada por una matriz tipo

$$R_{esc} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \theta_{23} & \sin \theta_{23} \\ 0 & -\sin \theta_{23} & \cos \theta_{23} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \theta_{13} & 0 & \sin \theta_{13} \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \theta_{13} & 0 & \cos \theta_{13} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \theta_{12} & \sin \theta_{12} & 0 \\ -\sin \theta_{12} & \cos \theta_{12} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.27)$$

en este caso, para diagonalizar la matriz los valores de los acoplamientos, como se ve en el Anexo 2, están dados por

$$\begin{aligned}
\lambda_S &= \frac{1}{4v_s^2} (-3v_s^2 \lambda_j \omega + 2M_h^2 \cos^2 \theta_{12} \cos^2 \theta_{23} + 2M_h^2 \cos^2 \theta_{23} \sin^2 \theta_{12} \\
&\quad + 4M_h^2 \cos \theta_{12} \cos \theta_{23} \sin \theta_{12} \sin \theta_{13} \sin \theta_{23} \\
&\quad - 4M_S^2 \cos \theta_{12} \cos \theta_{23} \sin \theta_{12} \sin \theta_{13} \sin \theta_{23} + 2M_X^2 \cos^2 \theta_{13} \sin^2 \theta_{23} \\
&\quad + 2M_h^2 \cos^2 \theta_{12} \sin^2 \theta_{13} \sin^2 \theta_{23} + 2M_s^2 \sin^2 \theta_{12} \sin^2 \theta_{13} \sin^2 \theta_{23})
\end{aligned} \tag{4.28}$$

$$\begin{aligned}
\lambda_X &= \frac{1}{4v_S^2 \omega^3} (v_S^2 \lambda_j + 2M_X^2 \omega \cos^2 \theta_{13} \cos^2 \theta_{23} + 2M_h^2 \omega \cos^2 \theta_{12} \cos^2 \theta_{23} \sin^2 \theta_{13} + \\
&\quad 2M_S^2 \omega \cos^2 \theta_{23} \sin^2 \theta_{12} \sin^2 \theta_{13} - 4M_h^2 \omega \cos \theta_{12} \cos \theta_{23} \sin \theta_{12} \sin \theta_{13} \sin \theta_{23} \\
&\quad + 4M_S^2 \omega \cos \theta_{12} \cos \theta_{23} \sin \theta_{12} \sin \theta_{13} \sin \theta_{23} + 2M_S^2 \omega \cos^2 \theta_{12} \sin^2 \theta_{23} \\
&\quad + 2M_h^2 \omega \sin^2 \theta_{12} \sin^2 \theta_{23})
\end{aligned} \tag{4.29}$$

$$\lambda_H = \frac{2(M_h^2 \cos^2 \theta_{12} \cos^2 \theta_{13} + M_S^2 \cos^2 \theta_{13} \sin^2 \theta_{12} + M_X^2 \sin^2 \theta_{13})}{v_h^2} \tag{4.30}$$

$$\begin{aligned}
\lambda_{HS} &= \frac{1}{v_h v_S} (-M_h^2 \cos \theta_{12} \cos \theta_{13} \cos \theta_{23} \sin \theta_{12} \\
&\quad + M_S^2 \cos \theta_{12} \cos \theta_{13} \cos \theta_{23} \sin \theta_{12} + M_X^2 \cos \theta_{13} \sin \theta_{13} \sin \theta_{23} \\
&\quad - M_h^2 \cos^2 \theta_{12} \cos \theta_{13} \sin \theta_{13} \sin \theta_{23} - M_S^2 \cos \theta_{13} \sin^2 \theta_{12} \sin \theta_{13} \sin \theta_{23})
\end{aligned} \tag{4.31}$$

$$\begin{aligned}
\lambda_{HX} &= \frac{1}{v_h v_S \omega} (M_X^2 \cos \theta_{13} \cos \theta_{23} \sin \theta_{13} - M_h^2 \cos^2 \theta_{12} \cos \theta_{13} \cos \theta_{23} \sin \theta_{13} \\
&\quad - M_S^2 \cos \theta_{13} \cos \theta_{23} \sin^2 \theta_{12} \sin \theta_{13} + M_h^2 \cos \theta_{12} \cos \theta_{13} \sin \theta_{12} \sin \theta_{23} \\
&\quad - M_S^2 \cos \theta_{12} \cos \theta_{13} \sin \theta_{12} \sin \theta_{23})
\end{aligned} \tag{4.32}$$

$$\begin{aligned}
\lambda_5 = & \frac{1}{2v_S^2\omega} (-3v_S^2\lambda_j + 2M_h^2 \cos\theta_{12} \cos\theta_{23}^2 \sin\theta_{12} \sin\theta_{13} \\
& - 2M_S^2 \cos\theta_{12} \cos\theta_{23}^2 \sin\theta_{12} \sin\theta_{13} - 2M_S^2 \cos\theta_{12}^2 \cos\theta_{23} \sin\theta_{23} \\
& + 2M_X^2 \cos\theta_{13}^2 \cos\theta_{23} \sin\theta_{23} - 2M_h^2 \cos\theta_{23} \sin\theta_{12}^2 \sin\theta_{23} \\
& + 2M_h^2 \cos\theta_{12}^2 \cos\theta_{23} \sin\theta_{13}^2 \sin\theta_{23} + 2M_S^2 \cos\theta_{23} \sin\theta_{12}^2 \sin\theta_{13}^2 \sin\theta_{23} \\
& - 2M_h^2 \cos\theta_{12} \sin\theta_{12} \sin\theta_{13} \sin\theta_{23}^2 + 2M_S^2 \cos\theta_{12} \sin\theta_{12} \sin\theta_{13} \sin\theta_{23}^2)
\end{aligned} \tag{4.33}$$

donde M_h es la masa del Higgs, mientras que M_X y M_S son las masas de los nuevos campos, de tal forma que

$$R_{esc} M_{escalar}^2 R_{esc}^T = \begin{bmatrix} M_h^2 & 0 & 0 \\ 0 & M_S^2 & 0 \\ 0 & 0 & M_X^2 \end{bmatrix} \tag{4.34}$$

Como se mencionó anteriormente la relación entre los estados de interacción y los estados de masa va a ser $\Psi_I = R\Psi_m$. Centrándonos en la parte real del doblete de Higgs luego del rompimiento espontáneo de simetría vamos a tener que esta es

$$\phi^0 = h \cos\theta_{12} \cos\theta_{13} + S \cos\theta_{13} \sin\theta_{12} + X \sin\theta_{13} \tag{4.35}$$

para que sea consistente con el Modelo Estándar se requiere que sea por lo menos un 80% del Higgs original, esto implica $0,8 \leq |\cos\theta_{13} \cos\theta_{12}|$. Utilizando esta condición podemos acotar el espacio de parámetros de ambos ángulos de acoplamiento, los cuales están asociados con la mezcla del Higgs y las partes reales de S y X , respectivamente, como se ve en la Figura 4.2. De esta figura encontramos las combinaciones posibles para los ángulos de acoplamiento que permiten un Higgs consistente con lo que se tiene en el Modelo Estándar.

4.2.1. Masas de los escalares S y X

Para obtener el valor del espectro de masas para los escalares X y S, se debe tomar en cuenta los acoplamientos, ya se mencionó que para que estos estén dentro del régimen perturbativo deben ser menores a $\sqrt{4\pi}$, sin embargo, para algunos de estos acoplamientos se deben considerar las condiciones de copositividad [60], la cuales en este caso corresponden a

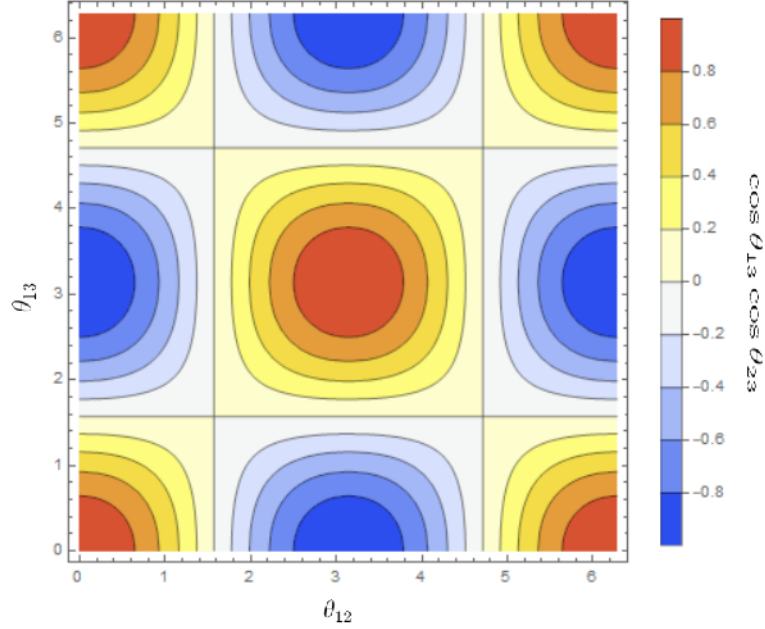


Figura 4.2: Espacio de parámetros para los ángulos de acoplamientos θ_{13} y θ_{12} . Las áreas rojas corresponden al valor donde $0,8 \leq \cos \theta_{13} \cos \theta_{23}$ y en las zonas azules $\cos \theta_{13} \cos \theta_{23} \leq 0,8$.

$$0 \leq \lambda_{HX} + 2\lambda_H \lambda_X, \quad (4.36)$$

$$0 \leq \lambda_{HS} + 2\lambda_H \lambda_S, \quad (4.37)$$

$$0 \leq \lambda_5 + 2\lambda_S \lambda_X. \quad (4.38)$$

considerando estas condiciones y que el valor para el resto de los acoplamientos debe estar entre 0 y $\sqrt{4\pi}$ podemos encontrar el espacio de valores posibles para las masas de X y S

Se observa en la figura 4.3 que se puede obtener valores para las masas de los campos X y S de orden hasta $\mathcal{O}(10^{13} GeV)$ y seguir bajo el límite perturbativo de los acoplamientos.

Si se consideran las ecuaciones 4.28 a la 4.33, se puede notar que el que las masas de estos campos tengan un valor tan alto va a implicar que los ángulos de acoplamiento θ_{12} y θ_{13} van ser pequeños y/o que el valor de v_S y ω va a ser grande.

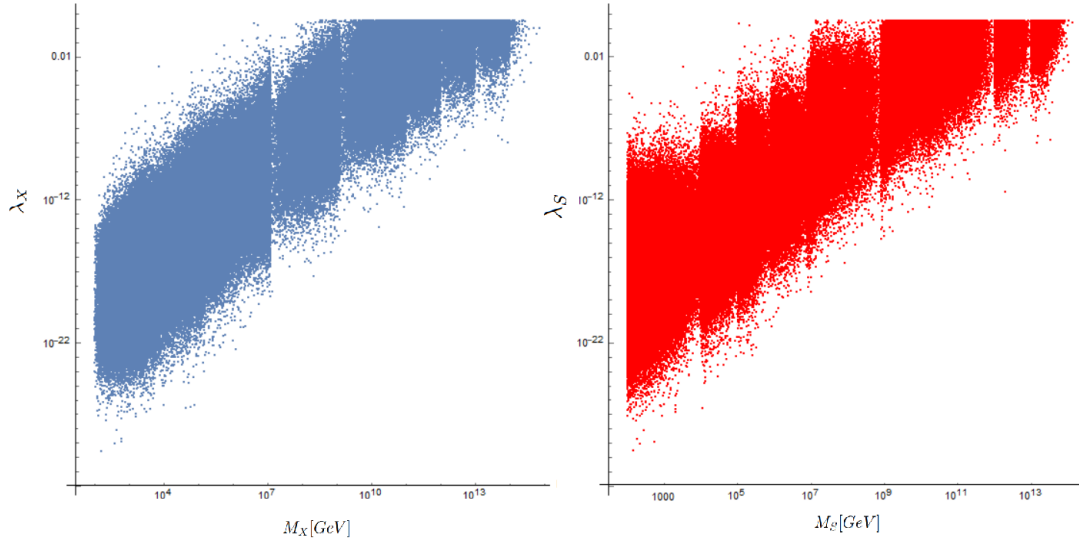


Figura 4.3: Espacio de parámetros para las masas de X y S, considerando un Majoron de 1 GeV. Se consideran los límites perturbativos de los acoplamientos y las condiciones de copositividad para obtener los rangos posibles para las masas de los escalares.

4.3. Decaimientos

4.3.1. Decaimiento invisible del Higgs

Se conoce, gracias a los experimentos realizados en el LHC [61], el ancho de decaimiento del Higgs

$$\Gamma_H = 3, 2_{-2,2}^{+2,8} MeV \quad (4.39)$$

Se conoce como decaimiento invisible del Higgs a aquellos, decaimientos que no podemos observar [62]. En este modelo los nuevos modos de decaimiento para el Higgs son a dos majorones y a dos neutrinos. Se necesita entonces que al agregar el aporte de estos decaimientos a la amplitud total esta se encuentre dentro de los valores posibles medidos experimentalmente.

Para el calculo de la amplitud módulo cuadrado de estos procesos tanto de los procesos que están dentro del Modelo Estándar como de los nuevos procesos se

utilizaron los programas LanHEP[63] y CalcHEP [64]. Tenemos entonces que el ancho de decaimiento total va a ser

$$\Gamma_{total} = 5,2 \cos^2 \theta_{12} \cos^2 \theta_{13} [MeV] + \mathcal{O}(10^{-22} MeV) \quad (4.40)$$

Se puede observar que el ancho de decaimiento depende de los ángulos de mezcla θ_{12} y θ_{13} , ya que los otros parámetros están asociados a términos de orden $\mathcal{O}(10^{-22})$ o menor. Se puede ver en esta ecuación que el ancho de decaimiento total no puede sobrepasar la cota superior de los valores experimentales, pero se va a tener que para ciertos valores de los acoplamientos este podría tener un valor por debajo de la cota inferior

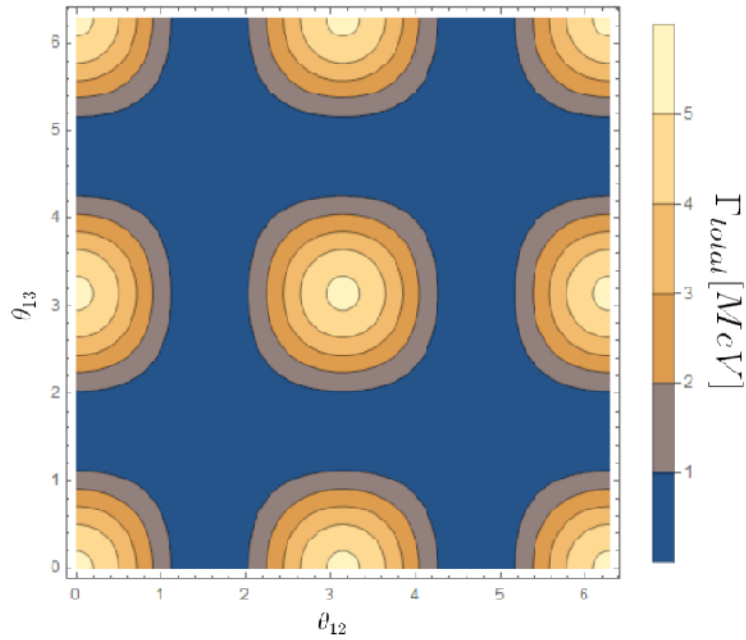


Figura 4.4: Espacio de parámetros, dado por la ecuación 4.39, para los ángulos de acoplamiento θ_{13} y θ_{12} . El área azul corresponde al espacio donde $\Gamma_T \leq 1 MeV$, por ende estos valores no son consistentes con el modelo ya que caen por debajo de la cota inferior del ancho de decaimiento del Higgs.

Comparando la Figura 4.4 con la Figura 4.2 podemos ver que los valores posibles para los ángulos de acoplamiento entre el Higgs y los escalares S y X son consistentes.

4.3.2. Decaimiento del Majoron a dos neutrinos

Podemos centrarnos entonces en el decaimiento del Majoron a dos neutrinos, cuya tasa de decaimiento, nuevamente utilizando CalcHEP, va a ser

$$\Gamma_{J \rightarrow \nu\nu} = \frac{M_J(m_{n_1} v_s y_s - 2\sqrt{2}m_D^2 \omega)^2}{256\pi v_s^4 y_s^2 \omega^2 (1 + 9\omega^2)} \quad (4.41)$$

Debido a que se quiere que el Majoron sea un candidato a materia oscura necesitamos que este sea estable a escalas cosmológicas, para que esto ocurra se debe tener que $\Gamma_{J \rightarrow \nu\nu} < 10^{-44} GeV$ [65], de esta forma vamos a tener que el tiempo de vida media $\tau = \frac{1}{\Gamma}$ sea mayor que la edad del universo, la cual según estudios recientes se estima alrededor de $13,77 \cdot 10^9$ años [66]. Entonces, considerando que 1 GeV corresponde a $1,52 \cdot 10^{24} s^{-1}$, vamos a tener que $10^{-44} GeV < \Gamma_{J \rightarrow \nu\nu} \rightarrow 10^{19} s < \tau$.

Del ancho de decaimiento se puede observar que hay distintas formas de hacer pequeño $\Gamma_{J \rightarrow \nu\nu}$: aumentando el valor de v_s , disminuyendo la masa del Majoron o escogiendo un valor para ω que anule el ancho de decaimiento. En este caso, el ancho de decaimiento se anula cuando $\omega = \frac{m_{n_1} v_s y_s}{2\sqrt{2}m_D^2}$,

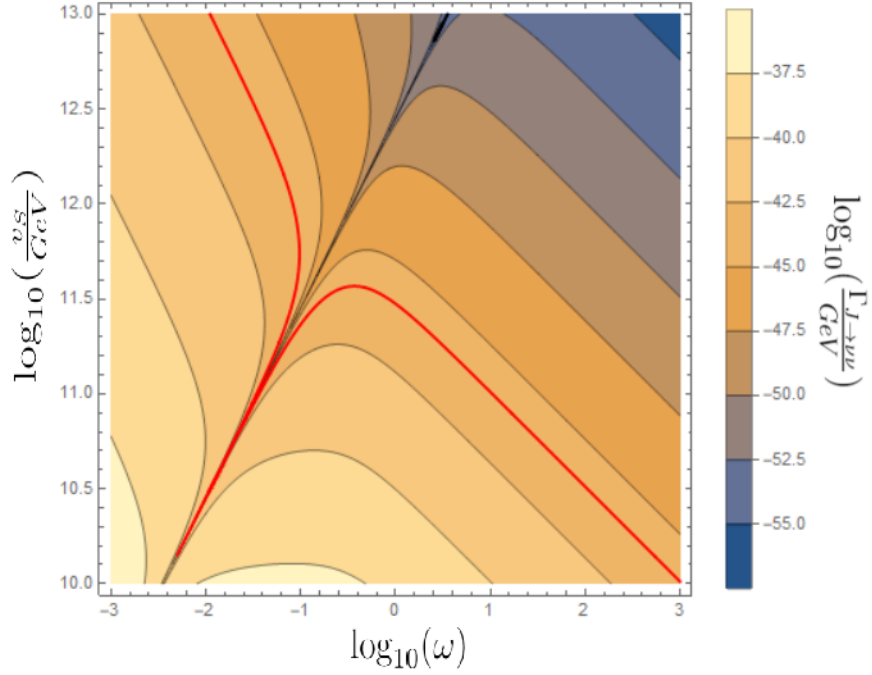


Figura 4.5: Espacio de parámetros, dado por la ecuación 4.40, para el decaimiento de un Majoron de 1 GeV. Se tiene que para los valores sobre la línea roja $\Gamma \leq 10^{-44}$, por tanto el Majoron es estable a escalas cosmológicas en estas áreas. Mientras que en la línea negra $\Gamma \rightarrow 0$, lo cual corresponde a un Majoron totalmente estable.

Capítulo 5

Conclusiones

El trabajo sobre una extensión al Modelo Estándar compuesta por 2 campos escalares, 2 neutrinos *right-handed* y una simetría local asociada a los números leptónico rota espontáneamente; permite generar términos de masa para los neutrinos y otorga un candidato a materia oscura a través del mecanismo de *seesaw* inverso, donde dichos términos de masa son generados por la interacción con los nuevos escalares y el rompimiento espontáneo de simetría. En la que se resuelven la inestabilidad del candidato a materia oscura, causada por una canal de decaimiento a 3 bosones Goldstone, agregando una simetría $U(1)_{Lep}$ local, lo cual implica la aparición de un nuevo bosón de *gauge* Z' .

Se obtuvo un dominio de los programas LanHEP, CalcHEP y Mathematica; lo que permitió realizar un análisis profundo al espacio de parámetros nuevos generados por esta extensión al Modelo Estándar.

A través del decaimiento invisible del Higgs se lograron obtener los parámetros para la mezcla entre el Higgs y los nuevos escalares que sean consistentes con los resultados experimentales del ancho de decaimiento total del Higgs, lo cual puede verse en las Figura 4.2 y 4.4. También se obtuvieron, utilizando las condiciones para los acoplamientos, los parámetros para las masas de los escalares, las cuales están dadas en la Figura 4.3.

Además, del análisis del ancho de decaimiento del Majoron, se obtuvo el espacio de parámetros para obtener un candidato a materia oscura estable y se obtuvo un valor para el término ω que arroja un Majoron totalmente estable, como se puede ver en la Figura 4.5.

Quedaría entonces para un posterior estudio la posibilidad de seguir acotando el

espacio de parámetros utilizando otros procesos. El estudio de la densidad reliquia, el cual podría realizarse con la ayuda de micrOMEGAs [67]. Además de agregar 4 nuevos escalares y neutrinos *right-handed*, para generar así los términos de masa para los neutrinos muónicos y tauónicos. Además, sería interesante para un estudio posterior abordar el modelo no con una simetría $U(1)_{Lep}$, sino con una simetría $U(1)_{B-L}$ [68], para obtener de esta forma un modelo más completo.

Bibliografía

- [1] G. S. Bali, “QCD forces and heavy quark bound states,” *Phys. Rept.*, vol. 343, pp. 1–136, 2001.
- [2] A. Doroshkevich, V. Lukash, and E. Mikheeva, “A solution to the problems of cusps and rotation curves in dark matter halos in the cosmological standard model,” *Physics-uspekhi - PHYS-USP*, vol. 55, 09 2012.
- [3] D. Clowe, M. Bradac, A. H. Gonzalez, M. Markevitch, S. W. Randall, C. Jones, and D. Zaritsky, “A direct empirical proof of the existence of dark matter,” *Astrophys. J. Lett.*, vol. 648, pp. L109–L113, 2006.
- [4] P. A. R. Ade *et al.*, “Planck 2015 results. XIII. Cosmological parameters,” *Astron. Astrophys.*, vol. 594, p. A13, 2016.
- [5] N. Rojas, R. A. Lineros, and F. Gonzalez-Canales, “Majoron Dark Matter From a Spontaneous Inverse Seesaw Model,” 3 2017.
- [6] J. J. Thomson, “On the structure of the atom: an investigation of the stability and periods of oscillation of a number of corpuscles arranged at equal intervals around the circumference of a circle; with application of the results to the theory of atomic structure,” *Phil. Mag. Ser. 6*, vol. 7, no. 39, pp. 237–265, 1904.
- [7] N. Bohr, “On the Constitution of Atoms and Molecules,” *Phil. Mag. Ser. 6*, vol. 26, pp. 1–24, 1913.
- [8] E. M. Riordan, “The Discovery of quarks,” *Science*, vol. 256, pp. 1287–1293, 1992.
- [9] S. H. Neddermeyer and C. D. Anderson, “Note on the Nature of Cosmic Ray Particles,” *Phys. Rev.*, vol. 51, pp. 884–886, 1937.

- [10] I. Zheleznykh, “Early years of high-energy neutrino physics in cosmic rays and neutrino astronomy (1957-1962),” *Int. J. Mod. Phys. A*, vol. 21S1, pp. 1–11, 2006.
- [11] D. Hanneke, S. F. Hoogerheide, and G. Gabrielse, “Cavity Control of a Single-Electron Quantum Cyclotron: Measuring the Electron Magnetic Moment,” *Phys. Rev. A*, vol. 83, p. 052122, 2011.
- [12] C. Sivaram, “A Brief History of Dark Energy,” *Astrophys. Space Sci.*, vol. 319, pp. 3–4, 2009.
- [13] L. Canetti, M. Drewes, and M. Shaposhnikov, “Matter and Antimatter in the Universe,” *New J. Phys.*, vol. 14, p. 095012, 2012.
- [14] L. Randall, “What Is Dark Matter?,” *Nature*, vol. 557, pp. 6–7, 2018.
- [15] D. V. Forero, M. Tortola, and J. W. F. Valle, “Global status of neutrino oscillation parameters after Neutrino-2012,” *Phys. Rev. D*, vol. 86, p. 073012, 2012.
- [16] M. Lattanzi, R. A. Lineros, and M. Taoso, “Connecting neutrino physics with dark matter,” *New J. Phys.*, vol. 16, no. 12, p. 125012, 2014.
- [17] R. N. Mohapatra, “Mechanism for Understanding Small Neutrino Mass in Superstring Theories,” *Phys. Rev. Lett.*, vol. 56, pp. 561–563, 1986.
- [18] S. M. Barr, “A Different seesaw formula for neutrino masses,” *Phys. Rev. Lett.*, vol. 92, p. 101601, 2004.
- [19] W. Pauli, “Über den Zusammenhang des Abschlusses der Elektronengruppen im Atom mit der Komplexstruktur der Spektren,” *Z. Physik*, vol. 31, pp. 765—783, 2018.
- [20] P. A. M. Dirac, “On the Theory of quantum mechanics,” *Proc. Roy. Soc. Lond. A*, vol. 112, pp. 661–677, 1926.
- [21] E. Fermi, “On the Quantization of the Monoatomic Ideal Gas,” 12 1999.
- [22] T. Thiemann, “Modern canonical quantum general relativity,” 2001.
- [23] F. De Aquino, “Proca equations and the photon imaginary mass,” *AIDS*, vol. 2020, p. 70, 2011.

- [24] Z. Zhang, “New exact traveling wave solutions for the nonlinear klein-gordon equation,” *Turkish Journal of Physics*, vol. 32, no. 5, pp. 235–240, 2008.
- [25] G. Aad *et al.*, “Observation of a new particle in the search for the Standard Model Higgs boson with the ATLAS detector at the LHC,” *Phys. Lett. B*, vol. 716, pp. 1–29, 2012.
- [26] I. Low and A. V. Manohar, “Spontaneously broken space-time symmetries and Goldstone’s theorem,” *Phys. Rev. Lett.*, vol. 88, p. 101602, 2002.
- [27] M. L. Perl, E. R. Lee, and D. Loomba, “A Brief review of the search for isolatable fractional charge elementary particles,” *Mod. Phys. Lett. A*, vol. 19, pp. 2595–2610, 2004.
- [28] P. K. B, “Particles and Nuclei: An Introduction to the Physical Concepts,” *Springer-Verlag Berlin Heidelberg*, 2015.
- [29] C. S. Wu, E. Ambler, R. W. Hayward, D. D. Hoppes, and R. P. Hudson, “Experimental Test of Parity Conservation in β Decay,” *Phys. Rev.*, vol. 105, pp. 1413–1414, 1957.
- [30] R. P. Feynman and M. Gell-Mann, “Theory of Fermi interaction,” *Phys. Rev.*, vol. 109, pp. 193–198, 1958.
- [31] S. L. Glashow, “Partial Symmetries of Weak Interactions,” *Nucl. Phys.*, vol. 22, pp. 579–588, 1961.
- [32] T. Nakano and K. Nishijima, “Charge Independence for V-particles,” *Prog. Theor. Phys.*, vol. 10, pp. 581–582, 1953.
- [33] M. Gell-Mann, “The interpretation of the new particles as displaced charge multiplets,” *Nuovo Cim.*, vol. 4, no. S2, pp. 848–866, 1956.
- [34] J. Bernstein, “Spontaneous symmetry breaking, gauge theories, the higgs mechanism and all that,” *Rev. Mod. Phys.*, vol. 46, pp. 7–48, 1974. [Erratum: *Rev. Mod. Phys.* 47, 259–259 (1975), Erratum: *Rev. Mod. Phys.* 46, 855–855 (1974)].
- [35] F. Zwicky, “On the Masses of Nebulae and of Clusters of Nebulae,” *Astrophys. J.*, vol. 86, pp. 217–246, 1937.

- [36] V. C. Rubin and W. K. Ford, Jr., “Rotation of the Andromeda Nebula from a Spectroscopic Survey of Emission Regions,” *Astrophys. J.*, vol. 159, pp. 379–403, 1970.
- [37] K. G. Begeman, A. H. Broeils, and R. H. Sanders, “Extended rotation curves of spiral galaxies: dark haloes and modified dynamics,” *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, vol. 249, pp. 523–537, 04 1991.
- [38] S. W. Allen, D. A. Rapetti, R. W. Schmidt, H. Ebeling, G. Morris, and A. C. Fabian, “Improved constraints on dark energy from Chandra X-ray observations of the largest relaxed galaxy clusters,” *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.*, vol. 383, pp. 879–896, 2008.
- [39] R. Massey, T. Kitching, and J. Richard, “The dark matter of gravitational lensing,” *Rept. Prog. Phys.*, vol. 73, p. 086901, 2010.
- [40] E. W. Kolb and M. S. Turner, *The Early Universe*, vol. 69. 1990.
- [41] V. S. Alpher, “Ralph A. Alpher, George Antonovich Gamow, and the Prediction of the Cosmic Microwave Background Radiation,” 11 2014.
- [42] A. A. Penzias and R. W. Wilson, “A Measurement of excess antenna temperature at 4080-Mc/s,” *Astrophys. J.*, vol. 142, pp. 419–421, 1965.
- [43] D. Baumann, “Primordial Cosmology,” *PoS*, vol. TASI2017, p. 009, 2018.
- [44] S. A. Abel, S. Sarkar, and I. B. Whittingham, “Neutralino dark matter in a class of unified theories,” *Nucl. Phys. B*, vol. 392, pp. 83–110, 1993.
- [45] A. Filippi and M. De Napoli, “Searching in the dark: the hunt for the dark photon,” *Rev. Phys.*, vol. 5, p. 100042, 2020.
- [46] B. Carr, F. Kuhnel, and M. Sandstad, “Primordial Black Holes as Dark Matter,” *Phys. Rev. D*, vol. 94, no. 8, p. 083504, 2016.
- [47] Y. Chikashige, R. N. Mohapatra, and R. D. Peccei, “Are There Real Goldstone Bosons Associated with Broken Lepton Number?,” *Phys. Lett. B*, vol. 98, pp. 265–268, 1981.
- [48] J. Schechter and J. W. F. Valle, “Neutrino Decay and Spontaneous Violation of Lepton Number,” *Phys. Rev. D*, vol. 25, p. 774, 1982.

- [49] A. Franklin, “The discovery and nondiscovery of neutrinos: The Reines Cowan experiment and the 17-keV neutrino,” *AIP Conf. Proc.*, vol. 917, no. 1, pp. 12–23, 2007.
- [50] B. T. Cleveland, T. Daily, R. Davis, Jr., J. R. Distel, K. Lande, C. K. Lee, P. S. Wildenhain, and J. Ullman, “Measurement of the solar electron neutrino flux with the Homestake chlorine detector,” *Astrophys. J.*, vol. 496, pp. 505–526, 1998.
- [51] A. B. McDonald, “Sudbury neutrino observatory results,” *Phys. Scripta T*, vol. 121, pp. 29–32, 2005.
- [52] C. W. Walter, “The Super-Kamiokande Experiment,” 2 2008.
- [53] M. Aker *et al.*, “Improved Upper Limit on the Neutrino Mass from a Direct Kinematic Method by KATRIN,” *Phys. Rev. Lett.*, vol. 123, no. 22, p. 221802, 2019.
- [54] L. Borsten and M. J. Duff, “Majorana Fermions in Particle Physics, Solid State and Quantum Information,” *Subnucl. Ser.*, vol. 53, pp. 77–121, 2017.
- [55] L. Cardani, “Neutrinoless Double Beta Decay Overview,” *SciPost Phys. Proc.*, vol. 1, p. 024, 2019.
- [56] R. N. Mohapatra and G. Senjanovic, “Neutrino Mass and Spontaneous Parity Nonconservation,” *Phys. Rev. Lett.*, vol. 44, p. 912, 1980.
- [57] P. Langacker, “The Physics of Heavy Z' Gauge Bosons,” *Rev. Mod. Phys.*, vol. 81, pp. 1199–1228, 2009.
- [58] W. R. Inc., “Mathematica, Version 12.3.1.” Champaign, IL, 2021.
- [59] R. D. C. Miller, “A Simple Component Field Method for SUSY Effective Potential Calculations,” *Phys. Lett. B*, vol. 124, pp. 59–63, 1983.
- [60] K. Kannike, “Vacuum Stability Conditions From Copositivity Criteria,” *Eur. Phys. J. C*, vol. 72, p. 2093, 2012.
- [61] S. Chatrchyan *et al.*, “Observation of a New Boson at a Mass of 125 GeV with the CMS Experiment at the LHC,” *Phys. Lett. B*, vol. 716, pp. 30–61, 2012.

- [62] “Combination of searches for invisible Higgs boson decays with the ATLAS experiment,” 10 2020.
- [63] A. Semenov, “LanHEP: A Package for the automatic generation of Feynman rules in field theory. Version 3.0,” *Comput. Phys. Commun.*, vol. 180, pp. 431–454, 2009.
- [64] A. Belyaev, N. D. Christensen, and A. Pukhov, “CalcHEP 3.4 for collider physics within and beyond the Standard Model,” *Comput. Phys. Commun.*, vol. 184, pp. 1729–1769, 2013.
- [65] M. Lattanzi, S. Riemer-Sorensen, M. Tortola, and J. W. F. Valle, “Updated CMB and x- and γ -ray constraints on Majoron dark matter,” *Phys. Rev. D*, vol. 88, no. 6, p. 063528, 2013.
- [66] S. K. Choi *et al.*, “The Atacama Cosmology Telescope: a measurement of the Cosmic Microwave Background power spectra at 98 and 150 GHz,” *JCAP*, vol. 12, p. 045, 2020.
- [67] G. Belanger, F. Boudjema, A. Pukhov, and A. Semenov, “micrOMEGAs: A Tool for dark matter studies,” *Nuovo Cim. C*, vol. 033N2, pp. 111–116, 2010.
- [68] V. V. Vien, H. N. Long, and A. E. Cárcamo Hernández, “ $U(1)_{B-L}$ extension of the standard model with S_3 symmetry,” *Eur. Phys. J. C*, vol. 80, no. 8, p. 725, 2020.

Anexo 1: Diagonalización del sector pseudoescalar

Tenemos del lagrangiano expresado en la base de interacción

$$\mathcal{L} \supset \bar{\Psi} M_{masa}^2 \Psi, \quad (5.1)$$

donde $\Psi^T = (\sigma_h, \sigma_S, \sigma_X, \chi_S, \chi_X)$, los cuales corresponden a las partes escalares y pseudoescalares de los campos H , S y X .

$$M_{masa} = \begin{bmatrix} M_{escalar}^2 & 0 \\ 0 & M_{pseudoescalar}^2 \end{bmatrix}, \quad (5.2)$$

este anexo se centrará en la diagonalización del bloque pseudoescalar. El cual puede ser calculado usando la ecuación 4.16

$$M_{pseudoescalar}^2 = \frac{v_s^2}{2} \lambda_j \begin{bmatrix} 9\omega & -3 \\ -3 & \frac{1}{\omega} \end{bmatrix}, \quad (5.3)$$

Vamos a usar $RM R^T = M_{diagonal}$ para la diagonalización de la parte escalar y pseudoescalar. Donde R es una matriz ortogonal, esto implica $R^T R = R R^T = \mathbb{1}$

$$\begin{bmatrix} R_{11} & R_{12} \\ R_{21} & R_{22} \end{bmatrix} M_{pseudoescalar}^2 \begin{bmatrix} R_{11} & R_{21} \\ R_{12} & R_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} M_1^2 & 0 \\ 0 & M_2^2 \end{bmatrix}, \quad (5.4)$$

Más adelante las entradas de la matriz de rotación serán reemplazadas más adelante por $R_{11} = \cos \theta_{pse}$, $R_{12} = -\sin \theta_{pse}$, $R_{21} = \sin \theta_{pse}$ y $R_{22} = \cos \theta_{pse}$. Entonces, ya que estamos realizando una diagonalización inversa, vamos a tener

$$R^T \begin{bmatrix} M_1^2 & 0 \\ 0 & M_2^2 \end{bmatrix} R = \begin{bmatrix} M_1^2 R_{11}^2 + M_2^2 R_{12}^2 & M_1^2 R_{11} R_{21} + M_2^2 R_{12} R_{22} \\ M_1^2 R_{11} R_{21} + M_2^2 R_{12} R_{22} & M_1^2 R_{21}^2 + M_2^2 R_{22}^2 \end{bmatrix} \quad (5.5)$$

Considerando que M_1 corresponde al bosón de Goldstone, se va a tener que $M_1 = 0$ y M_2 va a ser la masa del Majoron $M_2 = M_J$

$$M_J^2 \begin{bmatrix} R_{12}^2 & R_{12}R_{22} \\ R_{12}R_{22} & R_{22}^2 \end{bmatrix} = M_{pseudoescalar}^2, \quad (5.6)$$

se requiere entonces que

$$M_J^2 R_{12}^2 = \frac{v_s^2}{2} \lambda_j 9\omega, \quad (5.7)$$

$$M_J^2 R_{12}R_{22} = -3 \frac{v_s^2}{2} \lambda_j, \quad (5.8)$$

$$M_J^2 R_{22}^2 = \frac{v_s^2}{2} \frac{\lambda_j}{\omega}, \quad (5.9)$$

de aquí, reemplazando los valores para de R_{ij} , obtenemos los valores de ω y λ_j para la diagonalización

$$\omega = -\frac{\tan \theta_{pse}}{3}, \quad (5.10)$$

$$\lambda_j = \frac{2M_J^2 \cos \theta_{pse} \sin \theta_{pse}}{3v_s^2}. \quad (5.11)$$

Anexo 2: Diagonalización del sector escalar

Siguiendo con la diagonalización del Anexo 1, en este caso se va a trabajar con el bloque escalar de la matriz M_{masa}

$$M_{escalar}^2 = \frac{v_s^2}{2} \begin{bmatrix} \lambda_H \epsilon^2 & 2\lambda_{HS}\epsilon & 2\lambda_{HX}\epsilon\omega \\ 2\lambda_{HS}\epsilon & 4\lambda_s + 3\lambda_j\omega & 3\lambda_j + 2\lambda_5\omega \\ 2\lambda_{HX}\epsilon\omega & 3\lambda_j + 2\lambda_5\omega & -\frac{\lambda_j}{\omega} + 4\lambda_x\omega^2 \end{bmatrix} \quad (5.12)$$

de forma similar al sector pseudoescalar, en este caso se va a tener una matriz de rotación dada por

$$\begin{bmatrix} R_{11} & R_{12} & R_{13} \\ R_{21} & R_{22} & R_{23} \\ R_{31} & R_{32} & R_{33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \theta_{23} & \sin \theta_{23} \\ 0 & -\sin \theta_{23} & \cos \theta_{23} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \theta_{13} & 0 & \sin \theta_{13} \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \theta_{13} & 0 & \cos \theta_{13} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \theta_{12} & \sin \theta_{12} & 0 \\ -\sin \theta_{12} & \cos \theta_{12} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (5.13)$$

Y utilizando la misma convención $RM^2R^T = M_{diagonal}^2$, obtenemos

$$\begin{bmatrix} R_{11} & R_{21} & R_{31} \\ R_{12} & R_{22} & R_{32} \\ R_{13} & R_{23} & R_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} M_1^2 & 0 & 0 \\ 0 & M_2^2 & 0 \\ 0 & 0 & M_3^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} R_{11} & R_{12} & R_{13} \\ R_{21} & R_{22} & R_{23} \\ R_{31} & R_{32} & R_{33} \end{bmatrix} = M_{escalar}^2 \quad (5.14)$$

en este caso las masas correspondientes son $M_1 = M_H$, $M_2 = M_S$ y $M_3 = M_X$.

Se va a tener ahora que las condiciones para la diagonalización son

$$M_H^2 R_{11}^2 + M_S^2 R_{12}^2 + M_X^2 R_{13}^2 = \frac{v_s^2}{2} \lambda_H \epsilon^2, \quad (5.15)$$

$$M_H^2 R_{21}^2 + M_S^2 R_{22}^2 + M_X^2 R_{23}^2 = \frac{v_s^2}{2} (4\lambda_s + 3\lambda_j \omega), \quad (5.16)$$

$$M_H^2 R_{31}^2 + M_S^2 R_{32}^2 + M_X^2 R_{33}^2 = \frac{v_s^2}{2} \left(-\frac{\lambda_j}{\omega} + 4\lambda_x \omega^2 \right), \quad (5.17)$$

$$M_H^2 R_{11} R_{12} + M_S^2 R_{12} R_{22} + M_X^2 R_{13} R_{23} = v_s^2 \lambda_{HS} \epsilon, \quad (5.18)$$

$$M_H^2 R_{11} R_{31} + M_S^2 R_{12} R_{32} + M_X^2 R_{13} R_{33} = v_s^2 \lambda_{HX} \epsilon \omega, \quad (5.19)$$

$$M_H^2 R_{21} R_{31} + M_S^2 R_{22} R_{32} + M_X^2 R_{23} R_{33} = \frac{v_s^2}{2} (3\lambda_j + 2\lambda_5 \omega), \quad (5.20)$$

reemplazando entonces los términos correspondientes para los términos R_{ij} , $i, j = 1, 2, 3$, se va a tener el valor de los acoplamientos para la diagonalización

$$\begin{aligned} \lambda_S = & \frac{1}{4v_s^2} (-3v_s^2 \lambda_j \omega + 2M_h^2 \cos^2 \theta_{12} \cos^2 \theta_{23} + 2M_h^2 \cos^2 \theta_{23}^2 \sin^2 \theta_{12} \\ & + 4M_h^2 \cos \theta_{12} \cos \theta_{23} \sin \theta_{12} \sin \theta_{13} \sin \theta_{23} \\ & - 4M_S^2 \cos \theta_{12} \cos \theta_{23} \sin \theta_{12} \sin \theta_{13} \sin \theta_{23} + 2M_X^2 \cos^2 \theta_{13}^2 \sin^2 \theta_{23}^2 \\ & + 2M_h^2 \cos^2 \theta_{12}^2 \sin^2 \theta_{13}^2 \sin^2 \theta_{23}^2 + 2M_s^2 \sin^2 \theta_{12}^2 \sin^2 \theta_{13}^2 \sin^2 \theta_{23}^2) \end{aligned} \quad (5.21)$$

$$\begin{aligned} \lambda_X = & \frac{1}{4v_s^2 \omega^3} (v_s^2 \lambda_j + 2M_X^2 \omega \cos^2 \theta_{13} \cos^2 \theta_{23} + 2M_h^2 \omega \cos^2 \theta_{12} \cos^2 \theta_{23} \sin^2 \theta_{13} + \\ & 2M_S^2 \omega \cos^2 \theta_{23}^2 \sin^2 \theta_{12}^2 \sin^2 \theta_{13}^2 - 4M_h^2 \omega \cos \theta_{12} \cos \theta_{23} \sin \theta_{12} \sin \theta_{13} \sin \theta_{23} \\ & + 4M_S^2 \omega \cos \theta_{12} \cos \theta_{23} \sin \theta_{12} \sin \theta_{13} \sin \theta_{23} + 2M_S^2 \omega \cos^2 \theta_{12}^2 \sin^2 \theta_{23}^2 \\ & + 2M_h^2 \omega \sin^2 \theta_{12}^2 \sin^2 \theta_{23}^2) \end{aligned} \quad (5.22)$$

$$\lambda_H = \frac{2(M_h^2 \cos^2 \theta_{12} \cos^2 \theta_{13} + M_S^2 \cos^2 \theta_{13} \sin^2 \theta_{12} + M_X^2 \sin^2 \theta_{13}^2)}{v_h^2} \quad (5.23)$$

$$\begin{aligned}
 \lambda_{HS} = & \frac{1}{v_h v_S} (-M_h^2 \cos \theta_{12} \cos \theta_{13} \cos \theta_{23} \sin \theta_{12} \\
 & + M_S^2 \cos \theta_{12} \cos \theta_{13} \cos \theta_{23} \sin \theta_{12} + M_X^2 \cos \theta_{13} \sin \theta_{13} \sin \theta_{23} \\
 & - M_h^2 \cos \theta_{12}^2 \cos \theta_{13} \sin \theta_{13} \sin \theta_{23} - M_S^2 \cos \theta_{13} \sin \theta_{12}^2 \sin \theta_{13} \sin \theta_{23})
 \end{aligned} \tag{5.24}$$

$$\begin{aligned}
 \lambda_{HX} = & \frac{1}{v_h v_S \omega} (M_X^2 \cos \theta_{13} \cos \theta_{23} \sin \theta_{13} - M_h^2 \cos \theta_{12}^2 \cos \theta_{13} \cos \theta_{23} \sin \theta_{13} \\
 & - M_S^2 \cos \theta_{13} \cos \theta_{23} \sin \theta_{12}^2 \sin \theta_{13} + M_h^2 \cos \theta_{12} \cos \theta_{13} \sin \theta_{12} \sin \theta_{23} \\
 & - M_S^2 \cos \theta_{12} \cos \theta_{13} \sin \theta_{12} \sin \theta_{23})
 \end{aligned} \tag{5.25}$$

$$\begin{aligned}
 \lambda_5 = & \frac{1}{2v_S^2 \omega} (-3v_S^2 \lambda_j + 2M_h^2 \cos \theta_{12} \cos \theta_{23}^2 \sin \theta_{12} \sin \theta_{13} \\
 & - 2M_S^2 \cos \theta_{12} \cos \theta_{23}^2 \sin \theta_{12} \sin \theta_{13} - 2M_S^2 \cos \theta_{12}^2 \cos \theta_{23} \sin \theta_{23} \\
 & + 2M_X^2 \cos \theta_{13}^2 \cos \theta_{23} \sin \theta_{23} - 2M_h^2 \cos \theta_{23} \sin \theta_{12}^2 \sin \theta_{23} \\
 & + 2M_h^2 \cos \theta_{12}^2 \cos \theta_{23} \sin \theta_{13}^2 \sin \theta_{23} + 2M_S^2 \cos \theta_{23} \sin \theta_{12}^2 \sin \theta_{13}^2 \sin \theta_{23} \\
 & - 2M_h^2 \cos \theta_{12} \sin \theta_{12} \sin \theta_{13} \sin \theta_{23}^2 + 2M_S^2 \cos \theta_{12} \sin \theta_{12} \sin \theta_{13} \sin \theta_{23}^2)
 \end{aligned} \tag{5.26}$$